

Skriptum zur Vorlesung

Radartechnik und -signalverarbeitung

The logo for Technische Universität Hamburg-Harburg (TUHH) consists of the letters 'TUHH' in a bold, teal, sans-serif font.

Technische Universität Hamburg-Harburg

Technische Universität

Hamburg-Harburg

Institut für Nachrichtentechnik

Prof. Dr. H. Rohling

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Radarmessung	6
2.1	Entfernungsbestimmung	6
2.1.1	Impulsradar	6
2.1.2	Dauerstrichradar	7
2.2	Radialgeschwindigkeitsbestimmung, Dopplereffekt	9
2.3	Winkelmessung	12
2.4	Radargleichung	13
2.5	Rückstreuquerschnitt	14
2.6	Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis S / N	16
3	Radarempfänger	20
3.1	Radarzielentdeckung	22
3.1.1	Rauschen	25
3.1.2	Ziel + Rauschen	29
3.1.3	Zielfluktuationsmodelle	31
3.2	Matched-Filter-Prinzip	33
4	Signalverarbeitung in einem Impulsradar	35
4.1	Ziel- und Clutterspektren	35
4.2	Unterdrückung von Clutter	37
4.3	MTI-Filter (Moving Target Indication)	38
4.4	Blindgeschwindigkeit	40
4.5	Inkohärente Detektionsverfahren	41
4.5.1	Quadratischer Integrator	41
4.5.2	Binärer Wanderfensterdetektor	42
4.6	Statistische Entscheidungstheorie	43
4.7	Entwurf einer Dopplerfilterbank	45
4.8	Zeitinvariante Dopplerfilter	46

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	3
4.9 Verfahren zur Auflösung von Mehrdeutigkeiten	46
4.9.1 Blockweise Umstellung der PRF	46
4.9.2 Chinese Remainder Theorem	48
4.9.3 Verfahren bei kontinuierlichen Messgrößen	49
5 Adaptive Detektionsmethoden	52
5.1 Bodenechokarte	52
5.2 Entfernungs - CFAR	52
6 Sendesignalformen	55
6.1 Pulskompression	55
6.1.1 Phasencodierte Impulse	56
6.1.2 Phasencodierte Dauerstrichradare mit periodischen PR-Binär-codes 58	
6.1.3 Vor- und Nachteile der Pulskompression	59
6.2 Mismatched Filter	59
6.3 Ambiguity-Funktion	61
7 Dauerstrichradar	65
7.1 Monofrequentes Sendesignal	65
7.2 Linear frequenzmoduliertes Sendesignal	66
7.3 FSK-Sendesignal	70
8 Sekundärradartechnik	72
8.1 Mode A/C Sekundärradar	72
8.2 Mode S Sekundärradar	74
8.2.1 physikalische Struktur des Mode S Systems	75
8.2.2 Mode S Abfrage- und Antwortformate	77
8.2.3 Azimutschätzung	79
8.2.4 Anwendungen und Leistungsfähigkeit des Mode S Data Link	81
8.2.5 Elektronisch steuerbare Antennen	82
9 Literatur	85

10 Anhang	86
10.1 Statistische Entscheidungstheorie	86
10.2 Schätzverfahren	89

1 Einleitung

Der Begriff *Radar* steht für **R**adio **D**etection **A**nd **R**anging (früher in Deutschland bekannt als Funkmesstechnik (FUME)).

Man unterscheidet in der Radartechnik das *Primärradar* und das *Sekundärradar*. Das Primärradar beruht auf der Reflexion des relativ starken Sendesignals an einem Objekt. Das Sekundärradar hingegen basiert auf einer Abfrage eines im Objekt vorhandenen Transponders.

Mit einem Primärradar werden folgende Zielinformationen gemessen:

- Entfernung (Laufzeit)
- Geschwindigkeit (Dopplereffekt)
- Winkel (Richtwirkung der Antenne)
- Form und Größe

Bei Flugsicherungsradaren erhält man beispielsweise durch die Hinzunahme der Sekundärradartechnik weitere Informationen über das Objekt, wie Identifikation und Flughöhe.

Typische Radarfrequenzen liegen im Bereich von 1 bis 95 GHz.

Anwendung	Messgröße	Bemerkung
Flugsicherung	Entfernung, Geschwindigkeit	üblicherweise Impulsradar
KFZ-Abstandswarnradar	Entfernung, Geschwindigkeit	CW-Radar (Continuous Wave) bei 77 GHz
Automatisierungstechnik, Fahrzeugsteuerung	Entfernung, Geschwindigkeit, Größe	
Polizeiradar	Geschwindigkeit	CW-Radar
Schifffahrt	Entfernung, Geschwindigkeit	üblicherweise Impulsradar Ursprung des Radars
Fernerkundung	Reflexionsstärke	Abtastung der Erdoberfläche vom Satelliten aus
Wetterradar	Reflexionsstärke	
militärische Anwendungen	Geschwindigkeit, Entfernung	
Hubschrauberwarnradar		Freileitungen, Seile, ... hohe räumliche Auflösung

Tabelle 1: Anwendungsgebiete der Radartechnik

2 Radarmessung

In der Radarmesstechnik ist eine Vielzahl unterschiedlicher Sendesignalformen bekannt, auf die in diesem Skript noch näher eingegangen wird. Zwei wichtige Klassen werden in der Radartechnik unterschieden:

1. Impulsradare
2. Dauerstrichradare (frequenzmoduliert)

2.1 Entfernungsbestimmung

2.1.1 Impulsradar

Das Impulsradar hat ein Sendesignal mit periodisch wiederholten, sehr schmalen Pulssignalen.

Sendesignalform :

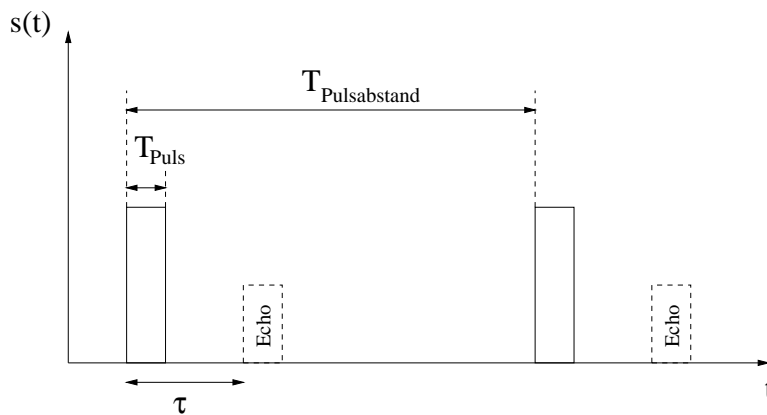


Abbildung 1: Typische Sendesignalform für ein Impulsradar

Das Sendesignal ist durch die Pulsbreite T_{Pulse} und den Pulsabstand $T_{Pulseabstand}$ beschrieben. Der Pulsabstand wird häufig auch durch die Pulswiederholfrequenz angegeben:

$$PRF = \frac{1}{T_{Pulsabstand}} \quad \text{pulse repetition frequency} = PRF$$

Mit dieser Sendesignalform kann die Objektentfernung R anhand der Laufzeit τ eines Echos gemessen werden:

Entfernung:	$R = \frac{c}{2} \cdot \tau$	τ :	Laufzeit
-------------	------------------------------	----------	----------

Die Leistungsfähigkeit wird quantitativ durch 3 Größen beschrieben:

Entfernungsauflösung	$\Delta R = \frac{c}{2} \cdot T_{Puls}$
Entfernungseindeutigkeit	$R_{max} = \frac{c}{2} \cdot T_{Pulsabstand}$
Entfernungsschätzgenauigkeit	$R \sim \frac{c}{2} \cdot T_{Puls}$

- Die Entfernungsauflösung gibt an, wie groß der radiale Abstand zwischen zwei gleichgroßen Zielen sein muss, damit sie als zwei getrennte Ziele vom Radar erkannt werden.
- Die Entfernungseindeutigkeit wird durch den Abstand der Pulse bestimmt und gibt an, in welchem Entfernungsbereich Objekte bezogen auf ihre Entfernung eindeutig zugeordnet werden können.
- Die Entfernungsschätzgenauigkeit hingegen bezieht sich auf nur ein Ziel und ist desto größer, je höher der Signal-Störabstand ist. Für ein hohes S/N liegt die Schätzgenauigkeit bei 20 - 30 % der Auflösung.

Beispiel: Für einen bei einem Flugsicherungsradar typischen Entfernungseindeutigkeitsbereich von 300 Kilometern ergibt sich $T_{Pulsabstand} = 2ms$. Soll dabei eine Auflösung von 150 m erzielt werden, dann folgt $T_{Puls} = 1\mu s$, oder für eine Auflösung von 1 m ungefähr $6ns$.

2.1.2 Dauerstrichradar

Die Dauerstrichradare werden auch als CW-Radare bezeichnet (CW= Continuous Wave). Im Gegensatz zum Pulsradar wird in diesem Fall keine Umschaltung zwischen Sende- und Empfangsphase vorgenommen, sondern konstant gesendet und parallel empfangen. Um eine Entfernungsmessung zu ermöglichen, wird das Sendesignal frequenzmoduliert.

Lineares FMCW-Radar

In Abbildung 2 ist das Sendesignal eines linear frequenzmodulierten Trägers dargestellt. Die sich periodisch wiederholende Frequenzrampe wird *chirp* genannt.

Im Empfänger wird die Entfernungsmessung durch eine indirekte Laufzeitmessung durchgeführt. Das Empfangssignal ist um die Signallaufzeit τ verzögert. Das bewirkt eine Frequenzdifferenz δf zwischen momentanem Sende- und Empfangssignal. Das Verhältnis der beiden Größen δf und τ entspricht genau der Steigung der Frequenz-/Zeitgeraden und damit $\frac{\Delta f}{T}$.

$$\frac{\tau}{T} = \frac{\delta f}{\Delta f}$$

Aus dieser einfachen Beziehung kann die Laufzeit τ und damit die Zielentfernung R nach folgender Gleichung berechnet werden:

$$\text{Entfernung } R = \frac{c}{2} \cdot \tau = \frac{c}{2} \cdot T \cdot \frac{\delta f}{\Delta f}$$

Der Entfernungseindeutigkeitsbereich ist groß, denn die chirp-Dauer T beträgt typisch einige Millisekunden.

Die Entfernungsauflösung ΔR ist mit der obigen Betrachtung ausschließlich von der Fähigkeit der Frequenzauflösung abhängig. Innerhalb der chirp-Dauer T können 2 Frequenzen voneinander getrennt werden, wenn sie mindestens einen Abstand von $1/T$ auf der Frequenzachse aufweisen. Falls also 2 Ziele mit unterschiedlicher Entfernung und mit der Frequenzdifferenz δf_1 und δf_2 beobachtet werden und die Differenz einen größeren Abstand als $1/T$ aufweist

$$|\delta f_1 - \delta f_2| > 1/T$$

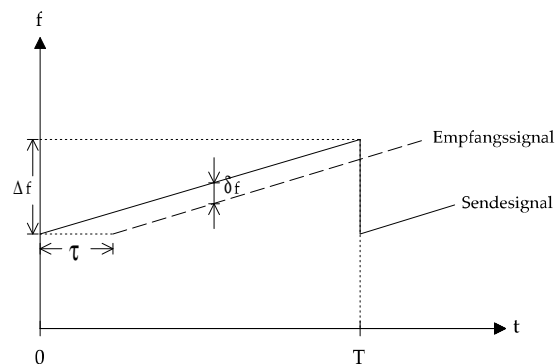


Abbildung 2: Lineares FMCW-Radar

können die beiden Ziele auf der Entfernungsachse getrennt detektiert werden. Somit ergibt sich die Entfernungsauflösung zu

$$\Delta R = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{\Delta f}.$$

Die Entfernungsauflösung wird also allein durch den Frequenzhub Δf bestimmt. Für das Beispiel eines KFZ-Abstandswarnradars ist $\Delta f = 150$ MHz, was einer Auflösung ΔR von 1 m entspricht.

Anmerkung:

Die hohe räumliche Auflösung bei technisch geringem Aufwand ist ein Vorteil des FMCW-Radar gegenüber einem Impulsradar, welches für eine hohe räumliche Auflösung entsprechend schmale Pulse benötigt. Die Generierung dieser schmalen Impulse (6 ns für 1m Auflösung) kombiniert mit der erforderlichen Sende-Empfangsumschaltung und der erforderlichen hohen Verarbeitungsbandbreite im Empfänger sind gravierende Nachteile der Impulsradartechnik. Dafür lassen sich mit einem Dauerstrichradar nur sehr geringe Reichweiten erzielen.

Die oben gezeigte Sendesignalform ist in der bisherigen Form nur für stationäre Ziele, bzw. für Ziele, die keine Radialgeschwindigkeitskomponente relativ zum Radar aufweisen, brauchbar.

2.2 Radialgeschwindigkeitsbestimmung, Dopplereffekt

Die Radialgeschwindigkeit eines Messobjekts ist seine Geschwindigkeitskomponente in Richtung Radar.

Die Radialgeschwindigkeit kann aufgrund des *Dopplereffekts* bestimmt werden. Für mechanische oder elektromagnetische Wellen beschreibt der Begriff Dopplereffekt folgendes Phänomen:

Die Frequenz einer von einem Objekt abgestrahlten Welle verändert sich für einen Beobachter in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit zwischen Quelle und Beobachter. Der Effekt wurde nach Christian Doppler (1803-1853), einem österreichischen Physiker benannt.

Der Effekt kommt zustande, weil sich durch die Relativbewegung die Laufzeit τ der Welle ständig ändert. Das Empfangssignal $s_R(t)$ wird gegenüber dem Sendesignal $s_T(t)$ zeitlich gestaucht, wenn das Objekt auf das Radargerät zukommt, und es wird bei einem sich entfernenden Objekt gestreckt. Die Größe der resultierenden Frequenzverschiebung df wird als Dopplerfrequenz bezeichnet. Sie soll

für den Fall eines Objekts mit konstanter Radialgeschwindigkeit v_r nun ermittelt werden.

$$R(t) = R_0 + v_r \cdot t$$

mit v_r : Radialgeschwindigkeit
und R_0 : Anfangsentfernung

Weiter soll als Sendesignal ein unmodulierter Träger angenommen werden:

$$s_T(t) = \sin(2\pi f_T t + \varphi_0)$$

mit f_T als Trägerfrequenz
und φ_0 als beliebige Anfangsphase

Einfaches Modell In den bisherigen Betrachtungen wurden stationäre Messsituationen angenommen. Der Zusammenhang zwischen Laufzeit τ und Entfernung R war in diesem Fall

$$\tau = \frac{2 \cdot R}{c}$$

Bei bewegten Objekten ändert sich die Laufzeit τ und Entfernung R kontinuierlich mit der Zeit.

$$\tau(t) = \frac{2 \cdot R(t)}{c} \quad (1. \text{Modell})$$

Mit diesen Annahmen kann das Empfangssignal $s_R(t)$ explizit wie folgt hergeleitet werden:

$$\tau(t) = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2(R_0 + v_r t)}{c}$$

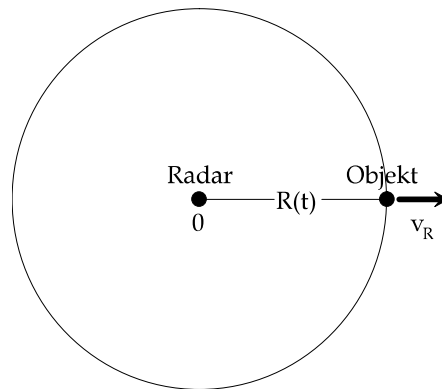


Abbildung 3: Bestimmung der Radialgeschwindigkeit

$$s_R(t) = \sin(2\pi f_T(t - \tau(t)) + \varphi_0) = \sin(2\pi f_T(t - \frac{2(R_0 + v_r t)}{c}) + \varphi_0)$$

$$s_R(t) = \sin(2\pi f_T t - \frac{4\pi f_T v_r t}{c} - \underbrace{\frac{4\pi f_T R_0}{c}}_{\varphi_1} + \varphi_0) = \sin(2\pi f_T t (1 - \frac{2v_r}{c}) + \varphi_1)$$

$$s_R(t) = \sin(2\pi(f_T - f_T \frac{2v_r}{c})t + \varphi_1)$$

$$f_R = f_T - f_T \cdot \frac{2v_r}{c}$$

Die Dopplerfrequenz ist gleich der Differenz zwischen Sende- und Empfangsfrequenz:

$$f_D = f_R - f_T = -f_T \cdot \frac{2v_r}{c}$$

$f_D = -\frac{2v_r}{\lambda} \quad \text{Dopplerfrequenz}$
--

Verfeinertes Modell:

Während der Messung bewegt sich das Objekt. Frage : Ist die Näherung des einfachen Modells zulässig ?

$$2R(t - \frac{\tau(t)}{2}) = c \cdot \tau(t)$$

mit t : Empfangszeitpunkt
 $t - \tau(t)$: Sendezeitpunkt
 $t - \frac{\tau(t)}{2}$: Reflexionszeitpunkt

$$R_0 + v_r(t - \frac{\tau(t)}{2}) = \frac{c}{2}\tau(t)$$

$$R_0 + v_r t = \tau(t) \cdot (\frac{c}{2} + \frac{v_r}{2})$$

$$\tau(t) = \frac{2(R_0 + v_r t)}{c + v_r} = \frac{2 \cdot \frac{R(t)}{c}}{1 + \frac{v_r}{c}}$$

Vergleich mit einfachen Modell:

für $v_r \ll c$ gilt $\frac{v_r}{c} \rightarrow 0$

Das einfache Modell trifft also für typische Radarbetrachtungen zu.

$$f_D = f_0 \frac{-2v_r}{c} = \frac{-2v_r}{\lambda}$$

2.3 Winkelmessung

Die Winkelmessung erfolgt über die Richtwirkung der Antennen oder über die Triangulation der Entfernungsdaten mehrerer Radarsensoren.

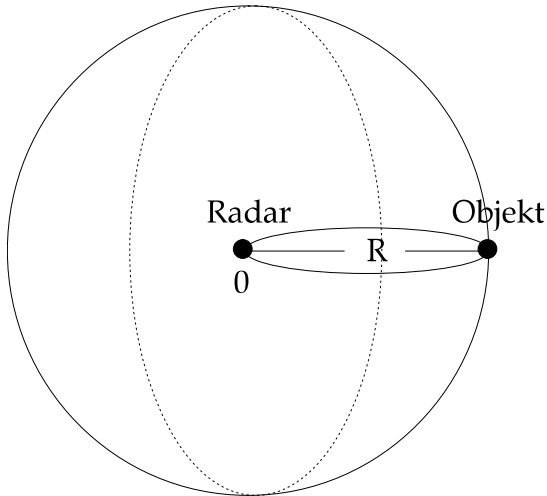
- Elevation (vertikal)
- Azimut (horizontal) [eng.: azimuth]

Typische Werte für Flugsicherungsradare sind 1..3° Öffnungswinkel im Azimut und 15..20° in der Elevation.

Neben den herkömmlichen ausschließlich mechanisch gedrehten Antennen kommen elektronisch gesteuerte Antennen vermehrt zum Einsatz.

Radarsensoren für Automatisierung oder autonome Fahrzeuge werden möglichst ohne bewegliche Teile gebaut, denn die mechanischen Belastungen in der Anwendung hoch sind. Dort werden vornehmlich elektronisch schwenkbare Antennen oder Triangulationsverfahren benutzt. Radarsensoren in Fahrzeugen haben deshalb meist größere Öffnungswinkel.

2.4 Radargleichung



Die von einem Radarsensor mit der Sendeleistung P_T (Annahme : Antenne ist Kugelstrahler mit Gewinn 0 dB_i) in der Entfernung R vom Radar erzeugte Leistungsdichte S_T beträgt

$$S_T = \frac{P_T}{4\pi R^2}$$

Für eine Radarantenne mit Antennengewinn G lautet diese Beziehung in Hauptstrahlrichtung:

$$S_T = \frac{P_T \cdot G}{4\pi R^2}$$

Nun soll ein Objekt im Abstand R von der Radarantenne in ihrer Hauptstrahlrichtung angenommen werden. Dieses Objekt habe in alle Richtungen eine effektive Fläche σ . Die gesamte Strahlungsleistung durch diese Fläche σ soll gleichmäßig in alle Richtungen gestreut werden. Das Objekt strahlt somit die Leistung $P = S_T \cdot \sigma$ isotropisch ab.

Die Strahlungsdichte S_R , die wiederum am Ort der Radarantenne durch am Objekt zurückgestreute Strahlung hervorgerufen wird, beträgt demnach

$$S_R = \frac{P_T \cdot G \cdot \sigma}{(4\pi R^2)^2}$$

Die Empfangsantenne habe die effektive Wirkfläche A , dann ist die Empfangsleistung P_R am Radarsensor:

$$P_R = \frac{P_T \cdot G \cdot \sigma}{(4\pi R^2)^2} \cdot A$$

Wirkfläche A und Gewinn G einer Antenne hängen wie folgt zusammen :

$$\frac{A}{G} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Daraus ergibt sich die sogenannte Radargleichung :

$$P_R = \frac{P_T G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$

(mit $G_{\text{Empfangsantenne}} = G_{\text{Sendeantenne}} = G$)

2.5 Rückstreuquerschnitt

Im vorherigen Kapitel wurde ein zurückstreuendes Objekt mit Fläche σ angenommen, das die besondere Eigenschaft hat, die gesamte Strahlungsleistung die σ durchsetzt, isotrop zurückzustreuen. Reale Gegenstände weisen ein solches Verhalten nicht auf. Dennoch ist es von Interesse, eine solche Größe σ zur einfachen Berechnung der Radar-Empfangsleistung zu haben. Für reale Objekte ist die Größe abhängig von der Objektbeschaffenheit. Da das ideale, isotrope Objekt die Berechnung der Empfangsleistung besonders einfach macht, wird es als Referenzobjekt benutzt.

Ersetzen wir das reale Zielobjekt durch das Referenzobjekt. Darauf stellen wir die Wirkfläche σ der Referenz so ein, daß die gleiche Strahlungsdichte S_R am Radarempfänger vorliegt wie bei Verwendung des realen Objekts. Nun haben wir die Größe σ , die uns die äquivalente Wirkfläche eines idealen, isotrop zurückstrahlenden Objekts angibt.

Diese äquivalente Fläche wird *Rückstreuquerschnitt* (engl. *Radar Cross Section*) genannt. Sie fasst alle Abhängigkeiten von der Beschaffenheit und dem Zustand des realen Zielobjekts zusammen.

Anschaulich ist sofort klar, daß der Rückstreuquerschnitt eines realen Objekts abhängig ist von:

- Größe
- Material
- Form
- Ausrichtung relativ zur Radarantenne (Aspektwinkel)
- Verwendeter Wellenlänge

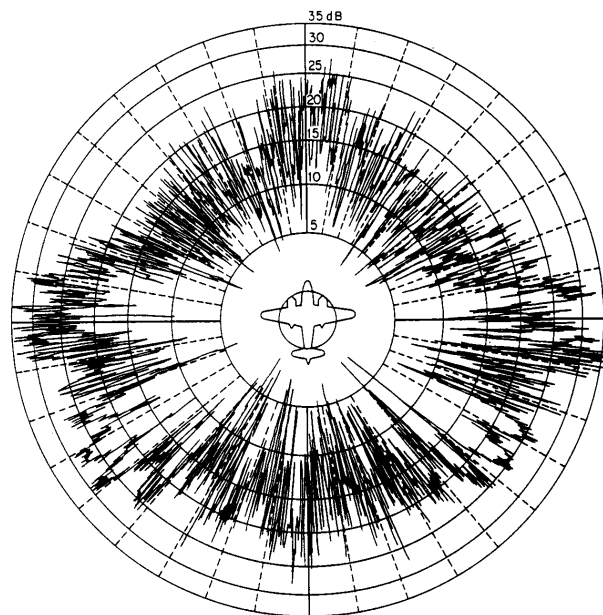


Abbildung 4: Gemessene Reflexionsamplitude über dem Aspektwinkel; Quelle: Ridenour, McGraw-Hill Book Company, Inc.

Reale Ziele zeigen sehr ausgeprägte Abhängigkeiten des Rückstreuquerschnitts vom Aspektwinkel.

Typische Werte für Mikrowellen (Quelle : Levanon[?]):

Objekt	σ
Insekt	$10^{-5}m^2$
Kleine Rakete	$0.1m^2$
Vogel	$10^{-2}m^2$
Düsenflugzeug	$10m^2$
Mensch	$1m^2$
Auto	$100m^2$

2.6 Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis S / N

An Detektionssicherheit und Messgenauigkeit eines Radarsensors werden von der jeweiligen Anwendung spezielle Anforderungen gestellt. Das Empfangssignal ist in der Praxis immer von Störungen und Rauschen behaftet, die sich auf die Detektionssicherheit und Messgenauigkeit auswirken. Damit der Radarsensor seinen jeweiligen Anforderungen gerecht werden kann, darf das Signal- zu Rauschverhältnis des Empfangssignals einen jeweiligen Wert nicht unterschreiten.

Die Störungen treten zum einen während der Übertragung des Radarsignals außerhalb des Radargerätes auf, zum anderen entstehen sie innerhalb des Radargerätes durch nichtideale Bauteile. Um das benötigte S/N im Empfänger zu erreichen, gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Die Störquellen werden soweit wie möglich oder nötig reduziert.
2. Die Signalleistung an der Detektions- / Messstufe wird erhöht durch:

Erhöhung der Sendeleistung,
Erhöhung des Antennengewinns,
Auswertung mehrerer Pulse

Beiden Möglichkeiten sind in der Praxis Grenzen gesetzt. Insbesondere die Möglichkeit, die Störquellen zu minimieren, stößt an physikalische Probleme. Allein das thermische Rauschen der Bauteile im Empfänger setzt der minimal benötigten Empfangsleistung eine Grenze. Diese Grenze soll hier für das Verständnis des Machbaren behandelt werden.

Widerstandsrauschen

Ein Widerstand der Größe R erzeugt ein Rauschsignal allein durch die thermischen Bewegungen von Ladungen in seinem Inneren. Es zeigt sich, dass bis zu hohen Frequenzen (< 1.2 THz bei 290K Raumtemperatur) die Rauschspannung in einem beliebigen Frequenzband der Breite df durch weisses gaussches Rauschen angenähert werden kann, das eine mittlere quadratische Spannung von $\overline{u^2(t)} = 4k_B T R df$ hat.

mit

$$\begin{aligned} k_B &= \text{Boltzmannkonstante } 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ws}}{\text{K}} \\ T &= \text{absolute Temperatur in Kelvin} \\ R &= \text{Widerstand in Ohm} \end{aligned}$$

Bekannt ist, dass ein angeschlossener Verbraucher die größtmögliche Leistung P_{Vmax} aus einer Signalquelle mit Innenwiderstand R_Q zieht, wenn sein Widerstand R_V gleich dem Innenwiderstand R_Q ist. Die übertragene Leistung ist dann: $P_{Vmax} = \frac{U^2}{4R_Q}$. Daraus folgt für die mittlere Störleistung für einen angepassten Verbraucher für ein Frequenzband B : $N = \frac{\overline{u^2(t)}}{4R} = k_B T B$.

Die Rauschleistung ist somit unabhängig von der Größe des Widerstands. Somit geben alle Parallel- und Reihenschaltungen von Widerständen die gleiche Rauschleistung durch thermisches Rauschen ab, vorausgesetzt, sie haben alle die gleiche Rauschtemperatur.

Die minimale Rauschleistungsdichte einer Signalquelle mit ohmschen Widerstand ist dadurch wie folgt definiert:

$$N_0 = \frac{N}{B} = k_B T$$

mit

$$\begin{aligned} N &= \text{Rauschleistung im Frequenzband} \\ B &= \text{Bandbreite} \end{aligned}$$

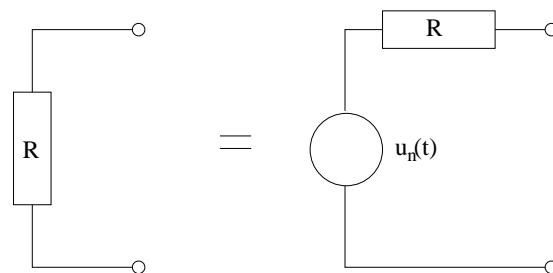


Abbildung 5: Widerstand als Rauschquelle

Antennenrauschen

Das Rauschen einer Antenne kann durch thermisches Widerstandsrauschen hinreichend beschrieben werden. Zu der Antenne kann eine Rauschtemperatur angegeben werden, die ein einfacher Widerstand haben muß, um die gleiche Rauschleistung abzugeben, die die Antenne abgibt. Diese Temperatur wird effektive Rauschtemperatur genannt. Sie stimmt im allgemeinen nicht mit der wirklichen Temperatur der Antenne überein. Das Rauschen einer Antenne setzt sich aus Widerstandsrauschen, atmosphärischem und kosmischem Rauschen und anderem zusammen. Effektive Rauschtemperaturen von Antennen bewegen sich im Normalfall in einem Bereich von 40 bis 300 Kelvin.

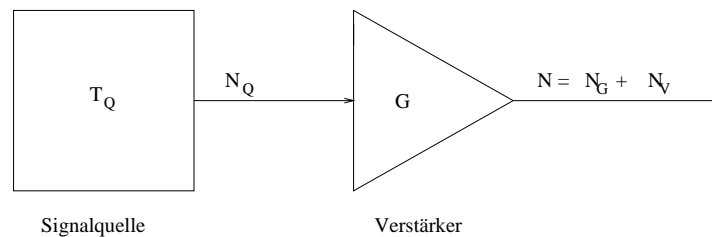


Abbildung 6: Verstärkerrauschen

Verstärkerrauschen

Ein an die Signalquelle angeschlossener Verstärker kann ein Signal in einem Frequenzband zwar verstärken, aber das S/N nicht verbessern. Ganz im Gegenteil, auch der Verstärker ist ein reales, rauschendes Bauelement. Die Rauscheigenschaften eines Verstärkers lassen sich hinreichend durch seine Rauschzahl (noise figure) F angeben. Die Rauschzahl ist definiert als das Verhältnis von Gesamtausgangsrauschleistung (im Band B) $N = N_G + N_V$ zur Ausgangsrauschleistung N_G im Falle eines idealen rauschfreien Verstärkers, der nur das Eingangsrauschen verstärkt.

$$F = \frac{N_G + N_V}{N_G}$$

mit $N_G = G \cdot N_Q$ = verstärktes Quellenrauschen, G = Leistungsverstärkung und N_V = Verstärkerrauschen

Als Rauschquelle wird dazu im allgemeinen eine angepasste Quelle mit der Rauschtemperatur $T_0 = 290K$ angenommen. Mit Hilfe der Rauschzahl lässt sich die Rauschleistung N am Ausgang des Verstärkers ermitteln.

$$N = F \cdot G \cdot N_Q$$

S/N im Radarempfänger durch Rauschen

Das S/N eines Radar-Empfangssignals kann durch Einsetzen der Radargleichung ermittelt werden :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{Puls} = \frac{P_R}{N} = \frac{P_T G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 N}$$

Beispiel:

Für ein Impuls-Bodenradar sei	P_T	= 1 MW
	G	= 1000
	λ	= 0.3 m (L-Band)
	σ	= 1 m ²
	T_{Puls}	= 1 μ s $\Rightarrow B = 1$ MHz
	R	= 100 km
	$\frac{N}{B} = k_B \cdot T$	= 4 $\cdot 10^{-21} \frac{W}{Hz}$ (T = 290 K)

Daraus ergibt sich der Signal-zu-Rauschabstand pro Puls in der Entfernung R bei idealen Verstärkern:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{Puls} = \frac{P_R}{N} = 113,4 \text{ bzw. } 20,5 \text{ dB}$$

Das Signal-zu-Rauschverhältnis für einen Block aus M Pulsen ist

$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_{Block} = M \left(\frac{S}{N}\right)_{Puls}}$$

3 Radarempfänger

Das Empfangssignal am Ort des Radarempfängers besteht aus einem oder mehreren Echos des Sendesignals. Aus diesem Gemisch soll die Information gewonnen werden, wie viele Zielobjekte vorhanden sind, und es sollen gegebenenfalls Entfernung und radiale Geschwindigkeit gemessen werden. Zwei Sendesignalformen, mit denen diese Messaufgabe durchführbar ist, wurden schon vorgestellt (Puls, lineare FM). Zur Erzeugung des Sendesignals wird ein hochfrequentes Trägersignal geeignet moduliert.

Im Empfänger wird das hochfrequente Empfangssignal zunächst ins Basisband abgemischt und dort demoduliert. Diese Vorgehensweise ist in allen Bereichen der Funktechnik üblich. Idealerweise wird das Bandpasssignal genau um die Trägerfrequenz in seinen äquivalenten Tiefpassbereich verschoben. Sämtliche im Empfangssignal enthaltene Information bleibt so erhalten. Genau dieses leistet der Quadraturdemodulator (Abbildung 7).

Das hochfrequente Empfangssignal $s_R(t)$ ist ein reelles Signal und erfüllt deshalb die spektrale Eigenschaft $S(f) = S^*(-f)$. Nach der Verschiebung in das Basisband ist diese spektrale Eigenschaft nicht mehr erfüllt. Die vollständige Information kann deshalb im Basisband nur durch ein komplexes Signal beschrieben werden. Aus diesem Grund erzeugt der Quadraturdemodulator eine Inphasekomponente (Realteil) durch Heruntermischen mit dem Trägersignal $A \cos(2\pi f_T t)$ und eine Quadraturkomponente (Imaginärteil) durch Heruntermischen mit einem um 90° verschobenen Trägersignal $-A \sin(2\pi f_T t)$.

Die Demodulation mit einem Quadraturdemodulator soll anhand eines unmodulierten Trägersignals nachvollzogen werden. Unter Berücksichtigung einer Dopplereffrequenzverschiebung f_D ist das reelle Empfangssignal am Ort des Radarempfängers:

$$s_R(t) = A \cdot \cos(2\pi(f_T + f_D)t + \varphi_0)$$

mit A : Amplitude und φ_0 : beliebige Anfangsphase

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A \cdot \cos(2\pi(f_T + f_D)t + \varphi_0) \cdot 2\cos(2\pi f_T t) \\ &= A \cdot \cos(2\pi f_D t + \varphi_0) + A \cdot \cos(2\pi(2f_T + f_D)t + \varphi_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_2(t) &= A \cdot \cos(2\pi(f_T + f_D)t + \varphi_0) \cdot -2\sin(2\pi f_T t) \\ &= A \cdot \sin(2\pi f_D t + \varphi_0) - A \cdot \sin(2\pi(2f_T + f_D)t + \varphi_0) \end{aligned}$$

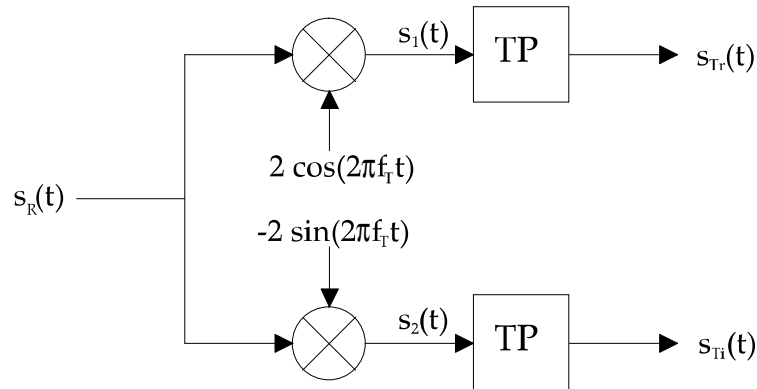
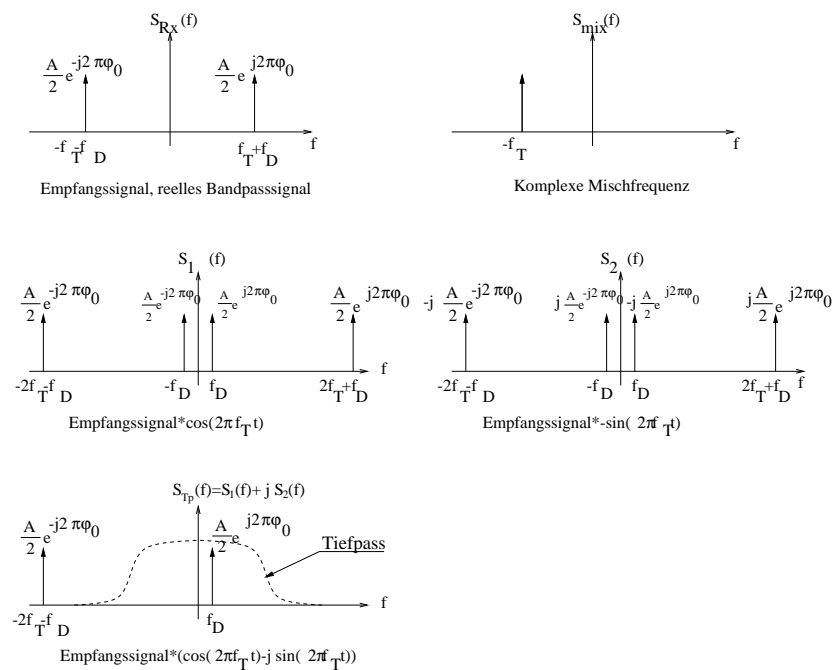


Abbildung 7: Blockschaltbild des Quadraturdemodulators

Abbildung 8: Spektren im Empfänger bei einem unmodulierten Träger der Frequenz f_T als Sendesignal

Nach der Tiefpassfilterung ergeben sich am Ausgang des Quadraturdemodulators die Quadraturkomponenten :

$$s_{Tr}(t) = A \cdot \cos(2\pi f_D t + \varphi_0) \quad \text{Inphasesignal}$$

$$s_{Ti}(t) = A \cdot \sin(2\pi f_D t + \varphi_0) \quad \text{Quadratursignal}$$

Das äquivalente Tiefpaßsignal am Ausgang des Quadraturdemodulators lautet:

$$s_{Tp}(t) = s_{Tr}(t) + j \cdot s_{Ti}(t) = A \cdot e^{j(2\pi f_D t + \varphi_0)}$$

3.1 Radarzielentdeckung

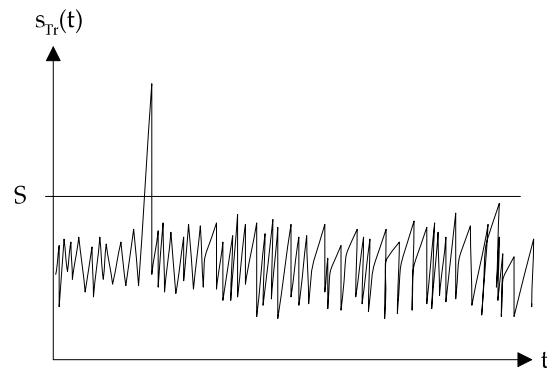


Abbildung 9: Ein Empfangssignal eines Pulsradars im Zeitbereich: Zielecho + Rauschen

Ein für ein Pulsradar typisches Radar-Empfangssignal zeigt Abbildung 9. Die Radarzielentdeckung sorgt für die Entscheidung zwischen Ziel oder nicht Ziel. Dazu werden die auftretenden Amplituden mit einer Amplitudenschwelle S verglichen (Abbildung 10).

Folgende Wahrscheinlichkeiten treten dabei auf:

- P_d : Detektionswahrscheinlichkeit für Ziele
- P_{fa} : Falschalarmwahrscheinlichkeit

Die Zielsetzung für eine möglichst gute Detektion ist eine maximale Detektionswahrscheinlichkeit P_d bei sehr geringer Falschalarmwahrscheinlichkeit P_{fa} .

Die Falschalarmwahrscheinlichkeit P_{fa} ist wie folgt definiert

$$P_{fa} = \frac{\text{Anzahl der ausgelosten Alarme im Rauschen}}{\text{Anzahl der Messungen (Stichprobenumfang)}}$$

bzw.

$$P_{fa} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{Anzahl der ausgelosten Alarme im Rauschen}}{\text{Anzahl } N \text{ der durchgefuehrten Entscheidungen}}$$

Das hier zugrundegelegte Modell geht davon aus, dass ausschließlich Rauschen und Nutzsignale vorliegen. Störende Echos von z.B. ortsfesten Objekten werden nicht berücksichtigt.

Im folgenden soll die Entdeckungswahrscheinlichkeit für die Situation

- reines Rauschen und
- Ziel plus Rauschen bestimmt werden.

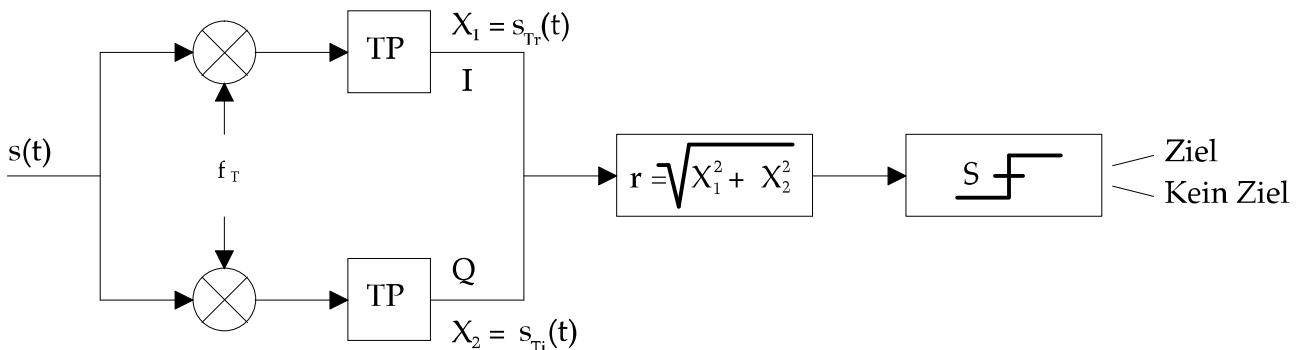


Abbildung 10: Quadraturdemodulator mit nachgeschaltetem Detektor

Einschub:

Zufallsvariable $x \in \{Kopf, Zahl\}$
 $\in \{1, 2, \dots, 6\}$
 $\in \mathbb{R}$

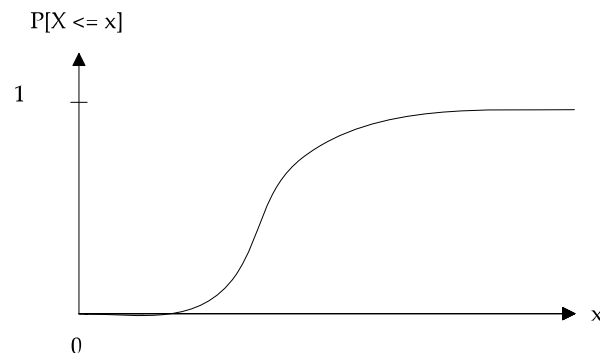
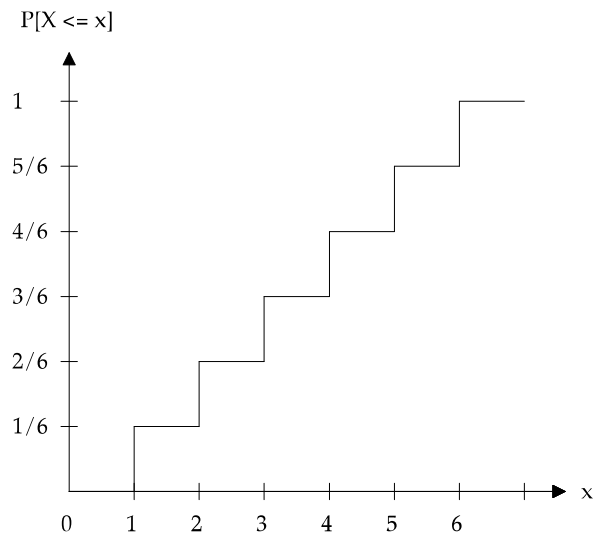
Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable einen bestimmten Wert annimmt:

$$P[X = Kopf] = 0.5 \quad (\text{Münze})$$

$$P[X = 5] = \frac{1}{6} \quad (\text{Würfel})$$

$$P[X = 1] = 0 \quad (\text{Rauschexperiment (kontinuierliche Verteilung)})$$

$P[X \leq x]$ Verteilungsfunktion



Zusammenhang Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) und Verteilungsfunktion:

Die Verteilungsfunktion $P[X \leq x]$

- ist das Integral über der WDF $p(x)$,
- ist monoton nicht fallend und
- nimmt Werte von 0..1 an.

Für die WDF $p(x)$ gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$

3.1.1 Rauschen

Rauschmodell:

Am Ausgang des Quadraturdemodulators stehen Real- und Imaginärteil des äquivalenten Tiefpasssignals zu Verfügung. Ist nur das Rauschen und sind keine Zielechos vorhanden, kann dieses komplexe Signal näherungsweise durch zwei unabhängige, gaußverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden.

- x_1, x_2 seien statistisch unabhängig und gaußverteilt mit dem Erwartungswert 0.

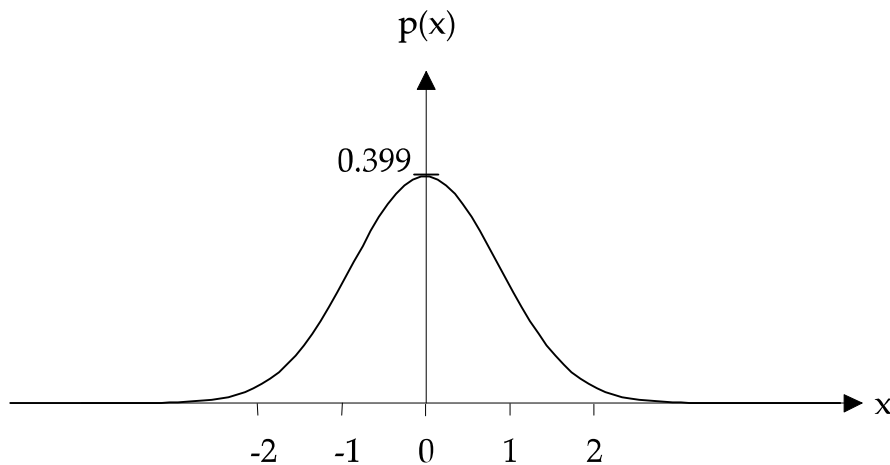


Abbildung 11: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer gaußverteilten Zufallsvariablen x

Diese Funktion wird beschrieben durch

$$p(x) = p(x_1) = p(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} e^{-x^2 \cdot \frac{1}{2N}}$$

wobei N die *Rauschleistung* bezeichnet.

Die zugehörige Verteilungsfunktion entsteht durch Integration von $-\infty$ bis x :

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x') dx'$$

Betrachten des komplexen Signals (beide Kanäle) anhand der Verbundwahrscheinlichkeit:

Da x_1, x_2 statistisch unabhängig sind, ist die **Verbundverteilungsdichte** das Produkt der Dichteverteilungen von x_1 und x_2 .

$$p(x_1, x_2) = p(x_1) \cdot p(x_2) = \frac{1}{2\pi N} e^{-\left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{2N}\right)}$$

Der Schwellwertdetektor wertet den Betrag des Basisbandsignals aus. Deshalb wird nun ein Übergang von kartesischen Koordinaten (x_1, x_2) auf Polarkoordinaten (r, φ) vollzogen:

$$x_1 = r \cos(\alpha) \text{ und } x_2 = r \sin(\alpha) \text{ wobei } r \geq 0 \text{ und } 0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

$$x_1^2 + x_2^2 = r^2$$

Die Transformation der Verteilungsfunktion ist durch einfaches Einsetzen der Koordinaten-Transformation zu ermitteln:

$$P_{kart.}(x_1, x_2) = P_{kart.}(r \cos(\alpha), r \sin(\alpha)) = P_{polar}(r, \alpha)$$

Die Verteilungsdichtefunktion ist die Ableitung der Verteilungsfunktion. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit in einem infinitesimalen Flächenstück $dx_1 dx_2$ an. Dieses wird beim Übergang von kartesischen zu polaren Koordinaten ebenfalls transformiert.

$$p_{kart.}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = p_{polar}(r, \alpha) dr d\alpha$$

$$p(x_1, x_2) = |J| \cdot p(r, \alpha)$$

Den Zusammenhang zwischen $dx_1 dx_2$ und $dr d\alpha$ ist:

$$dx_1 dx_2 = |J| \cdot dr d\alpha$$

$|J|$ ist die *Jacobi - Determinante* :

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial r} & \frac{\partial x_2}{\partial r} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_2}{\partial \alpha} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -r \sin \alpha & r \cos \alpha \end{vmatrix} = r(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = r$$

Somit ist

$$dx_1 dx_2 = r dr d\alpha$$

und

$$p(x_1, x_2) = p(x_1) \cdot p(x_2) = \frac{1}{2\pi N} \cdot e^{-\left(\frac{x_1^2}{2N} + \frac{x_2^2}{2N}\right)}$$

$$\Rightarrow p(r, \alpha) = \frac{r}{2\pi N} \cdot e^{-\frac{r^2}{2N}}$$

$$p(r \mid \text{Rauschen}) = \int_0^{2\pi} p(r, \alpha) d\alpha = \frac{r}{N} \cdot e^{-\frac{r^2}{2N}}$$

Dies ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer rayleighverteilten Zufallszahl.

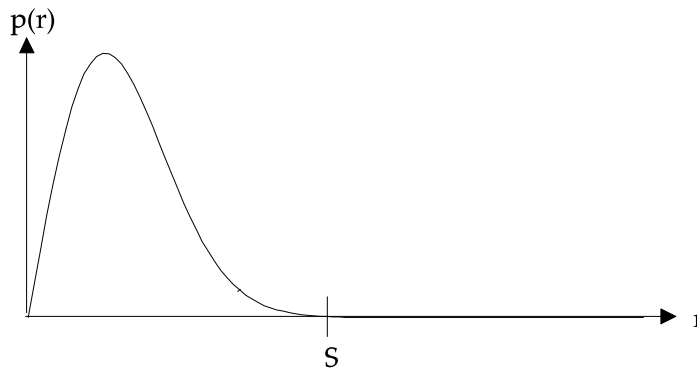


Abbildung 12: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer rayleighverteilten Zufallsvariablen r

Ein in der Radartechnik häufig benutztes Verfahren zur Entscheidung Ziel oder kein Ziel ist das Verfahren der Amplitudenschwellenmessung mit konstanter Falschalarmwahrscheinlichkeit nach Neyman & Pearson.

Für die Falschalarmwahrscheinlichkeit gilt

$$P_{fa} = \int_S^{\infty} p(r) dr$$

Wenn beispielsweise eine Falschalarmwahrscheinlichkeit $P_{fa} = 10^{-6}$ vorgegeben wird, kann folgendermaßen die Amplitudenschwelle S bestimmt werden:

$$P_{fa}(S) = \int_S^{\infty} \frac{r}{N} \cdot e^{-\frac{r^2}{2N}} dr = e^{-\frac{r^2}{2N}} \Big|_S^{\infty} = e^{-\frac{S^2}{2N}} = 10^{-6} \Leftrightarrow S = \sqrt{-2N \ln(10^{-6})}$$

Damit ist der Detektor für den Fall, dass nur Rauschen vorliegt, fertig dimensioniert. Nun stellt sich aber die Frage nach der Entdeckungswahrscheinlichkeit für

Ziele.

Einschub:

Erzeugung von Zufallszahlen auf dem Rechner

1) Funktion Random : liefert gleichverteilte Zufallsvariablen

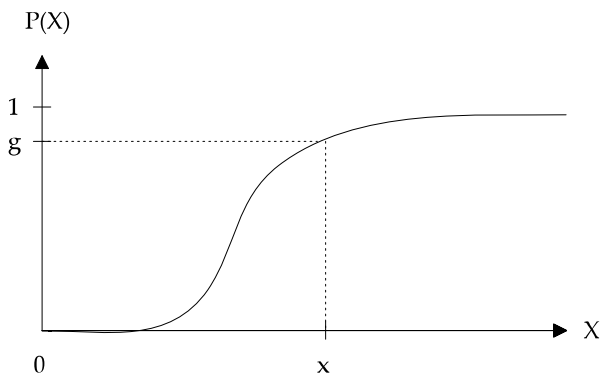
Wie lassen sich gaußverteilte Zufallsvariablen erzeugen ?

a.) Zentraler Grenzwertsatz: Werden genügend viele gleichverteilte Zufallszahlen aufaddiert, dann ergibt dies eine Gaußverteilung.

Allerdings sind dazu sehr viele Zahlen nötig, was einen hohen Rechenaufwand erfordert.

b.) Umweg über rayleighverteilte Zufallsvariable:

$$P(x) = \int_0^x \frac{r}{N} \cdot e^{-r^2/2N} dr = e^{-r^2/2N} \Big|_0^x = 1 - e^{-x^2/2N}$$



$$g = 1 - e^{-x^2/2N} \Rightarrow -x^2/2N = \ln(1 - g) \Rightarrow x = \sqrt{-2N \ln(1 - g)}$$

x ist nun rayleighverteilt. Wenn jetzt eine Koordinatentransformation durchgeführt wird und ein zweiter Winkel gewürfelt wird, ergibt sich eine exakt normalverteilte Zufallsvariable x_1 : $x_1 = x \cos \alpha$ und $x_2 = x \sin \alpha$

3.1.2 Ziel + Rauschen

Zur Ermittlung der Entdeckungswahrscheinlichkeit für Ziele werden die Ausgänge des Demodulators folgendermaßen modelliert:

$$x_1 = a_1 + n_1$$

$$x_2 = a_2 + n_2$$

mit

a : Nutzsinal

n : Rauschsignal (normalverteilt, mittelwertfrei)

x_1, x_2 : normalverteilt; statistisch unabhängig; nicht mittelwertfrei

$$p(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} e^{-\frac{(x_1 - a_1)^2}{2N}}$$

$$p(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} e^{-\frac{(x_2 - a_2)^2}{2N}}$$

Da die Zufallsvariablen statistisch unabhängig voneinander sind, gilt für die Verbundwahrscheinlichkeit:

$$p(x_1, x_2) = p(x_1) \cdot p(x_2) = \frac{1}{2\pi N} e^{-\left(\frac{(x_1 - a_1)^2}{2N} + \frac{(x_2 - a_2)^2}{2N}\right)}$$

$$p(r, \alpha) = \frac{r}{2\pi N} e^{-\frac{r^2 + A^2}{2N}} \cdot e^{\frac{r(a_1 \cos \alpha + a_2 \sin \alpha)}{N}} \quad (\text{s. Jacobi-Determinante})$$

$$\text{mit: } A^2 = a_1^2 + a_2^2$$

$$p(r \mid \text{Ziel}) = \int_0^{2\pi} p(r, \alpha) d\alpha = \frac{r}{N} e^{-\frac{(r^2 + A^2)}{2N}} \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\frac{r(a_1 \cos \alpha + a_2 \sin \alpha)}{N}} d\alpha}_{I_0\left(\frac{rA}{N}\right)}$$

mit $I_0\left(\frac{rA}{N}\right)$: modifizierte Besselfunktion 0.-ter Ordnung mit dem Parameter $\frac{rA}{N}$.

$$p(r \mid \text{Ziel}) = \frac{r}{N} e^{-\frac{(r^2 + A^2)}{2N}} I_0\left(\frac{rA}{N}\right) \quad \text{wobei } \frac{A^2}{2N} \text{ sog. Rice-Faktor}$$

Dies ist die sog. *Rice-Verteilung* (Abbildung 13).

Nun soll bestimmt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Ziel im Rauschen entdeckt wird. Dazu muss die Schwelle S bekannt sein. Zum Beispiel kann S nach dem Verfahren von Neyman & Pearson aus einer konstanten vorgegebenen Falschalarmwahrscheinlichkeit P_{fa} , wie für den Fall des reinen Rauschens im vorigen Unterkapitel gezeigt, berechnet werden. Die Detektionswahrscheinlichkeit P_d berechnet sich dann wie folgt:

$$P_d = \int_S^\infty \frac{r}{N} e^{-\frac{(r^2 + A^2)}{2N}} I_0\left(\frac{rA}{N}\right) dr$$

Einschub: Modifizierte Besselfunktion 0. Ordnung

Die modifizierte Besselfunktion 0. Ordnung wird durch einen komplizierten Ausdruck mathematisch exakt beschrieben, kann aber durch die folgende Potenzreihenentwicklung approximiert werden:

$$I_0(x) = 1 + x^2/2^2 + x^4/(2 \cdot 4)^2 + x^6/(2 \cdot 4 \cdot 6)^2 + \dots$$

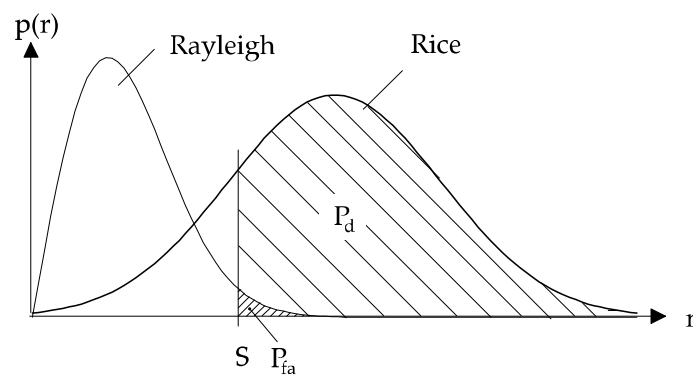


Abbildung 13: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer rayleighverteilten und einer riceverteilten Zufallsvariablen mit geeigneter Amplitudenschwelle S

3.1.3 Zielfluktuationsmodelle

Der *Rückstreuquerschnitt* eines Ziels hängt von der Größe, der Form und dem Aspektwinkel des Objekts ab. Bisher wurde davon ausgegangen, dass sich der Aspektwinkel während der Radarmessung nicht ändert. Bei bewegten Zielen ist es aber sehr wahrscheinlich, dass sich der Rückstreuquerschnitt aufgrund der unterschiedlichen Aspektwinkel ändert.

Um diesen Effekt quantitativ zu erfassen, ist es erforderlich, die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Rückstreuquerschnitt zu betrachten.

Die mittlere reflektierte Leistung (2.Moment einer Zufallsvariablen) sei

$$E\{A^2\} = A_0^2$$

und die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Amplitude sei rayleighverteilt:

$$p(A) = \frac{A}{A_0^2} e^{-\frac{A^2}{2A_0^2}} \text{ mit } A \geq 0$$

Somit ergibt sich der Erwartungswert (1.Moment der Zufallsvariablen):

$$\begin{aligned} E\{A\} &= \int_0^\infty A \cdot p(A) dA = \int_0^\infty (A^2/A_0^2) \cdot e^{-\frac{A^2}{2A_0^2}} dA \\ &= A_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \simeq 1.25 A_0 \end{aligned}$$

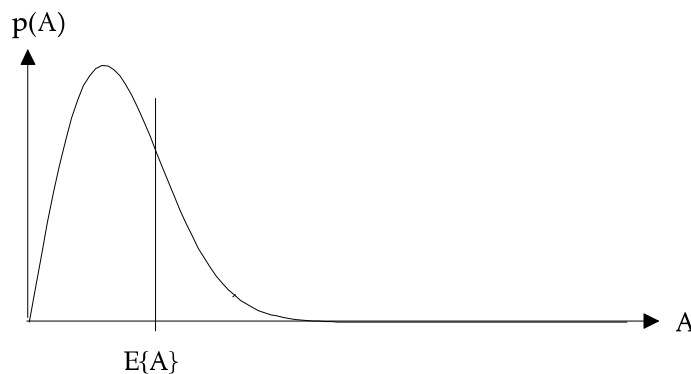


Abbildung 14: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und Erwartungswert bei rayleighverteilter Zielfluktuation

Wie verhält es sich nun mit der Wahrscheinlichkeit, dass ein Ziel entdeckt wird ?

Ansatz:

$$P_d = \int_S^{\infty} p(r | Ziel) dr$$

$$p(r | Ziel) = \int_0^{\infty} p(r, A | Ziel) \cdot p(A) dA$$

$$p(r, A | Ziel) = \frac{r}{N} \cdot e^{-(r^2+A^2)/(2N)} \cdot I_0\left(\frac{r \cdot A}{N}\right)$$

$$P_d = \int_S^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{r}{N} \cdot e^{-(r^2+A^2)/(2N)} \cdot I_0\left(\frac{r \cdot A}{N}\right) \cdot \frac{A}{A_0^2} e^{-\left(\frac{A^2}{2A_0^2}\right)} dA dr$$

Die nun folgenden sehr komplexen Rechenschritte sind in [1(Levanon)] im Detail beschrieben und werden hier nicht wiedergegeben. Stattdessen soll nur das Ergebnis angegeben werden.

Für die Entdeckungswahrscheinlichkeit folgt:

$$P_d = (P_{fa})^{1/(1+SRV)} \text{ mit } SRV = \frac{A_0^2}{2N}$$

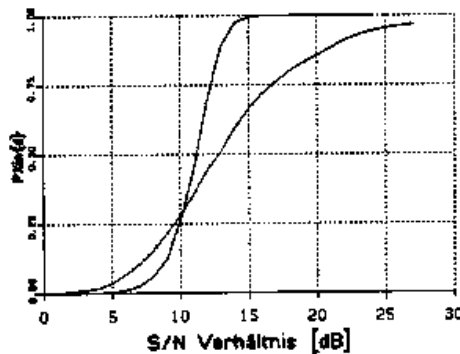


Abbildung 15: Entdeckungswahrscheinlichkeit mit und ohne Zielfluktuation

Die im folgenden dargestellten Fluktuationsmodelle gehen auf **Peter Swerling** zurück.

Modell	Eigenschaften
Swerling 0	keine Fluktuation
Swerling I	langsame Fluktuation mit Rayleigh-verteilter Amplitude - während einer Antennenumdrehung bleibt der Aspektwinkel konstant - bei weiteren Antennenumläufen ergeben sich andere Aspektwinkel
Swerling II	schnelle Fluktuation mit Rayleigh-verteilter Amplitude - der Aspektwinkel ändert sich von Puls zu Puls
Swerling III	langsame Fluktuation mit anderer WDF (Rayleigh + konst. Komponente) - während einer Antennenumdrehung bleibt der Aspektwinkel konstant - bei weiteren Antennenumläufen ergeben sich andere Aspektwinkel
Swerling IV	schnelle Fluktuation mit anderer WDF (Rayleigh + konst. Komponente) - der Aspektwinkel ändert sich von Puls zu Puls

Neben der hier betrachteten Rayleighverteilung werden in der Literatur weitere Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen genannt. So eignet sich z.B. die *Weibull*-WDF besser, um Reflexionen an Regenwolken oder an der Meeresoberfläche (*sea clutter*) einzubeziehen, s. [1(Levanon)].

3.2 Matched-Filter-Prinzip

In den bisherigen Betrachtungen wurde den Tiefpassfiltern im Radarempfänger keine besondere Bedeutung beigemessen. Für eine gute Zieldetektion ist es aber erforderlich, auftretendes Rauschen und Nutzsignale möglichst gut zu trennen. Dies gelingt durch die Maximierung des Signal-zu-Rauschleistungsverhältnisses durch *Matched-Filter*.

$$\underbrace{(s(t) + n(t))}_{e(t)} * h(t) = \underbrace{s(t) * h(t)}_{\text{Nutzsignal}} + \underbrace{n(t) * h(t)}_{\text{Stoersignal}} = a(t)$$

Unter der Voraussetzung, dass es sich bei $s(t)$ um ein deterministisches Signal und bei $n(t)$ um einen stochastischen Prozess (AWGN=Additive White Gaussian Noise) handelt, ergibt sich das Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis zu

$$S/N = \frac{|s(t) * h(t)|^2}{E\{|n(t) * h(t)|^2\}}$$

Der Zähler beschreibt die Leistung eines deterministischen Prozesses (gefiltertes Signal ohne Rauschen), wohingegen der Nenner die mittlere Leistung (=Erwartungswert) eines stochastischen Prozesses (Rauschen) beschreibt.

Einschub:
 Beschreibungsmöglichkeiten für stochastische Prozesse: LDS, AKF
 $AKF = FT\{LDS\}$
 Weißes Rauschen: $R_{nn}(\tau) = N_0 \cdot \delta(\tau)$

Die obere Grenze für das S/N kann wie folgt mit Hilfe der Schwarz'schen Ungleichung abgeschätzt werden:

$$S/N = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \cdot h(t_0 - \tau) d\tau \right|^2}{N_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(\tau) d\tau} \leq \frac{\int s^2(\tau) d\tau \cdot \int h^2(\tau) d\tau}{N_0 \cdot \int h^2(\tau) d\tau} = \frac{\int s^2(\tau) d\tau}{N_0}$$

Dieser Maximalwert wird genau dann angenommen, wenn

$$h(\tau) = s^*(t_0 - \tau)$$

gilt, d.h. wenn die Impulsantwort $h(t)$ des Matched-Filters dem (konjugiert komplexen) zeitinversen V des Nutzsignals $s(t)$ entspricht.

Anmerkung: Bei dieser Diskussion wird vorausgesetzt, dass eine perfekte Taktsynchronisation vorliegt. In der Realität muss die Taktsynchronisation erst hergestellt werden.



Abbildung 16: Matched-Filter

Am Ausgang des 'Matched-Filter' beobachtet man die Autokorrelationsfunktion des Eingangssignals. Das maximale S/N ergibt sich in der Synchronlage, d.h. wenn das Eingangssignal gerade ganz in das Filter eingelaufen ist.

4 Signalverarbeitung in einem Impulsradar

4.1 Ziel- und Clutterspektren

In der Impulsradartechnik wird der Dopplereffekt neben der Bestimmung der Radialgeschwindigkeit hauptsächlich zur Unterdrückung von Clutter ausgenutzt. Als Clutter bezeichnet man die Echos unerwünschter Ziele in der Umgebung des Radar-Gerätes:

- Bodenclutter: Echos durch Reflektion an der natürlichen Erdoberfläche und Gebäuden
- Regenclutter: Echos von Regenwolken
- Seeclutter: Echos durch Reflektion an Wellen

Die Ausdehnung von Clutterzielen ist meist viel größer als die räumliche Auflösung des Radargerätes, die eigentlichen Reflektionen finden aber an sehr vielen kleinen elementaren Reflektoren statt, die weit unter der Auflösungsgrenze des Radargerätes liegen. Durch Bewegungen innerhalb der Clutterziele (Blätterrauschen, Wellenbewegungen des Wassers und unterschiedliche Windrichtungen innerhalb von Wolken) wird das Clutterspektrum aufgeweitet. Die Geschwindigkeitsverteilung der elementaren Reflektoren innerhalb des Clutterziels und somit auch das Clutterspektrum kann näherungsweise als gaußförmig angesehen werden. Der Grund dafür liegt in der meist sehr großen Anzahl elementarer Reflektoren, die sich bei großer Entfernung zueinander unabhängig voneinander bewegen.

Clutterart	Windgeschwindigkeit [km/h]	σ_v [m/s]	σ_f [Hz] bei $\lambda = 0.1m$
Bewaldetes, bergiges Gelände	≈ 0	0,02	0.4
“	20	0,04	0.8
“	50	0,12	2.4
“	70	0,32	6.4
Seegangecho		0,70	14
Regenwolken		2	40
Düppel		1	20

Tabelle 2: Standardabweichung σ_v der Geschwindigkeitsverteilung innerhalb verschiedener Clutterarten (Quelle: [3(Ludloff)])

Anhand der Standardabweichung der Geschwindigkeitsverteilung (σ_v) kann die Standardabweichung der Dopplerfrequenzverschiebung einfach berechnet werden: $\sigma_f = \frac{2\sigma_v}{\lambda}$. Das durch Reflektion eines Pulses entstehende Clutterspektrum kann nun angegeben werden als:

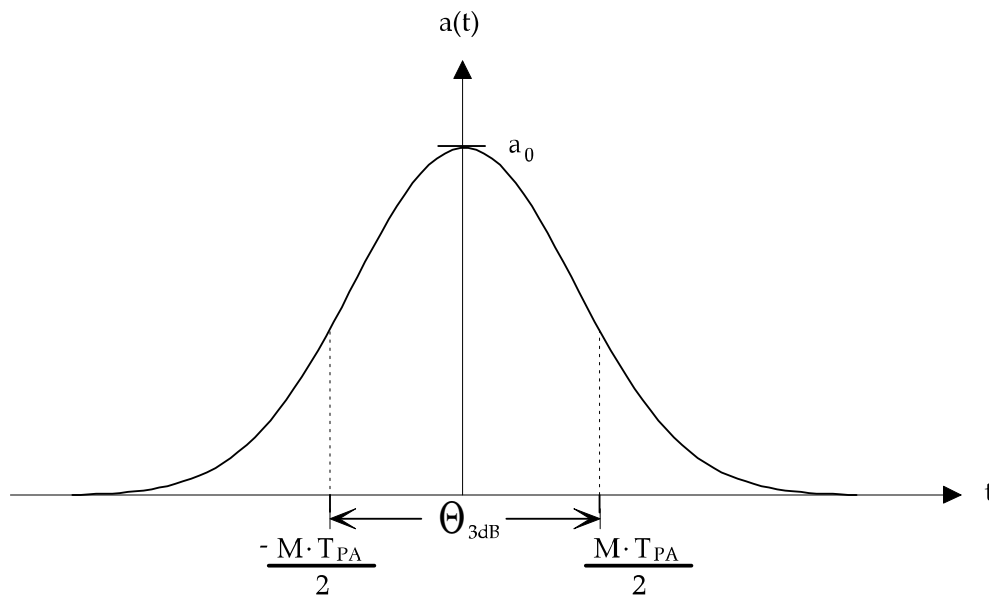
$$|S_C(f)| = P_C \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{f}{\sigma_f}\right)^2}$$

mit P_C : durch Richtantenne empfangende Clutterleistung.

Innerhalb eines Pulsradars mit vorgegebener PRF ist das Clutterspektrum periodisch mit der PRF.

Mechanisch drehende Antennen

Werden - wie in Bodenradaren üblich - drehende Richtantennen zum Scannen der Umgebung eingesetzt, werden die Spektren der Ziel- und Clutterechos zusätzlich aufgeweitet. Zur Untersuchung dieser Erscheinung wird ein punktförmiges, festes Ziel im Winkel 0° vor dem Radargerät angenommen. Die Antennencharakteristik $g(\theta)$ sei näherungsweise gaußförmig und die Antenne wird mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T_{\text{Antennenumlauf}}}$ gedreht. Dadurch wird das Echo des angenommenen Ziels mit der Funktion $a(t) = g(\omega t)$ moduliert.



Dies hat zur Folge, dass das Spektrum des Echos von einem ortsfesten Ziel kein Diracimpuls ist, sondern durch die Modulation mit $a(t)$ aufgeweitet wird: $S(f) = \delta(f) * A(f)$ Hinweis : Das Spektrum einer gaußförmigen Funktion ist wieder gaußförmig.

Im folgenden beschreibt $a(t)$ die Modulation des Echosignals in einem Entfernungstor durch die Antennendrehung:

$$a(t) = a_0 \cdot e^{-4\ln(2)\left(\frac{t}{T_{3dB}}\right)^2} \quad \text{Gaussimpuls mit } 3dB - \text{Breite : } T_{3dB}$$

$$\text{mit } T_{3dB} = \frac{\Theta_{3dB}}{\omega}$$

$$A(f) = A_0 \cdot e^{-4\ln(2)\left(\frac{\pi T_{3dB}}{4\ln 2} f\right)^2} \quad \text{Gaussimpuls mit } F_{3dB} = \frac{4\ln 2}{\pi T_{3dB}} \text{ und } A_0 = \frac{\sqrt{\pi} T}{2\sqrt{\ln 2}} a_0$$

Die 3dB-Bandbreite F_{3dB} ergibt sich damit zu
$$F_{3dB} = \frac{\omega}{\Theta_{3dB}} \frac{4\ln 2}{\pi}$$

Die Standardabweichung ergibt sich zu
$$\sigma_f = \frac{\omega}{\Theta_{3dB}} \frac{\sqrt{2\ln 2}}{\pi}$$

Die sogenannte Trefferzahl M gibt an, wieviele Echopulse eines Punktziels während einer Antennenumdrehung mit ihrer Leistung nicht unter -3dB rel. zur Maximalleistung fallen. Diese Größe ist für den Empfänger maßgeblich, sie liegt für typische Bodenradare bei $M \approx 10..20$.

Der Zusammenhang zwischen M und σ_f ist :
$$\sigma_f = \frac{PRF}{M} \frac{\sqrt{2\ln 2}}{\pi}$$

Während die Antenne über das Ziel streicht, werden M Pulse reflektiert.

Beispiel:

$$\Theta_{3dB} = 2^\circ$$

$$PRF = 1kHz$$

$$T_{\text{Antennenumlauf}} = 10s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{10s}$$

$$\Rightarrow M = \frac{2^\circ}{360^\circ} \cdot 1000 \cdot 10 \approx 55,5 \text{ Impulse}$$

Es ergibt sich für die Standardabweichung: $\sigma_f \approx 6.8Hz$

4.2 Unterdrückung von Clutter

Aus dem vorherigen Abschnitt ist zu sehen, dass die spektralen Eigenschaften von Clutter und von Punktzielen zwar unterschiedlich sind, aber im Falle einer sich drehenden Radarantenne sich der Unterschied der Spektren verkleinert. Ein Vergleich ergibt, dass nur Regenclutter durch seine spektralen Eigenschaften gut erkennbar bleibt. Die Breite der aufgeweiteten Spektren beträgt zudem nicht mehr als einige Prozent der PRF. Soll Clutter und Ziel innerhalb einer Antennenumdrehung voneinander unterschieden werden, bleibt als einziges Unterscheidungskriterium meist nur die mittlere Dopplerfrequenz des Echospektrums.

4.3 MTI-Filter (Moving Target Indication)

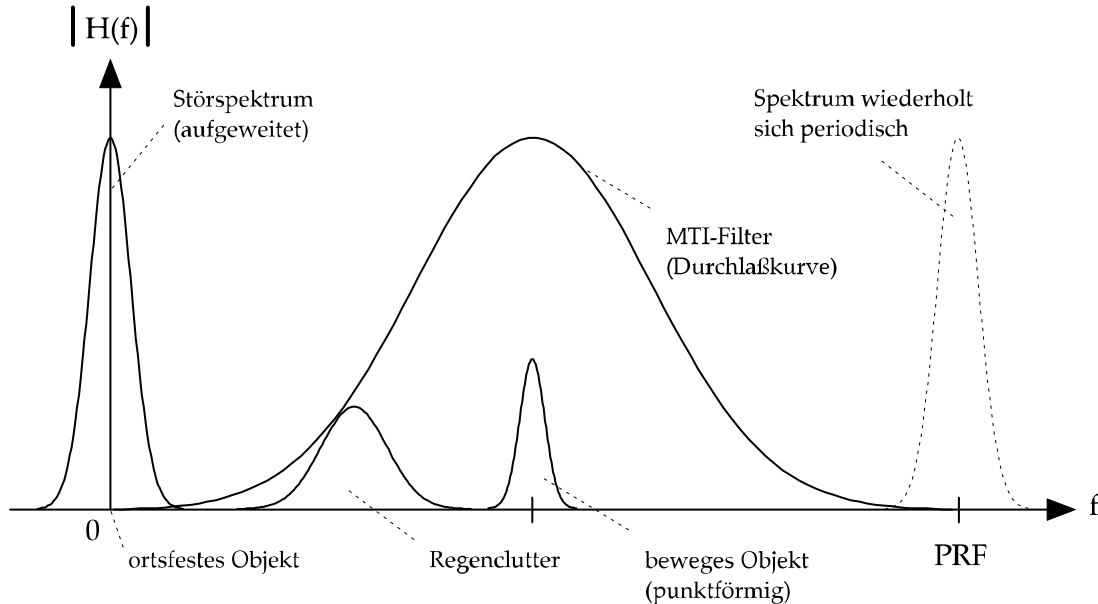


Abbildung 17: Dopplerspektrum bei ortsfesten und bewegten Zielen

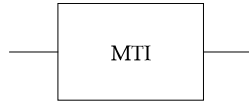
Anmerkungen :

- $f_D = PRF$: Das Echo eines bewegten Zieles wird durch das Filter ausgelöscht; man sagt, das Ziel habe *Blindgeschwindigkeit*.
- Echos von Wettergebieten (z.B. Regenclutter) können im Durchlassbereich des MTI-Filters liegen.

Das MTI-Filter dient zur Trennung der von bewegten und unbewegten Objekten stammenden Echosignale durch die Messung der Dopplerfrequenz. Dabei erfolgt die Verarbeitung innerhalb eines Entfernungsrings. In realen Radaranlagen arbeiten viele MTI-Filter parallel alle Entfernungsringe ab.

Filterverhalten: bewegt : durchlassen
 ortsfest : sperren

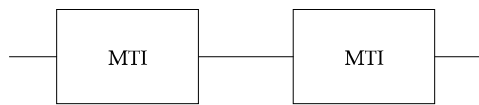
Einfach MTI:



$h(t)$

Koeffizienten der Übertragungsfunktion: $h_0 = 1 \quad h_1 = -1$

Doppel-MTI (double cancellor):



$h_1(t)$

$h_2(t)$

$$h(t) = h_1(t) * h_2(t)$$

Koeffizienten der Übertragungsfunktion: $h_0 = 1 \quad h_1 = -2 \quad h_2 = 1$

Übertragungsfunktion:

$$H(f) = \sum_{k=0}^2 h_k \cdot e^{-j2\pi f k T_{PA}} = 1 - 2e^{-j2\pi f T_{PA}} + e^{-j2\pi f 2T_{PA}}$$

$$|H(f)| = |e^{j2\pi f T_{PA}} - 2 + e^{-j2\pi f T_{PA}}| = |-2 + 2\cos(2\pi f T_{PA})| = 4\sin^2(\pi f T_{PA})$$

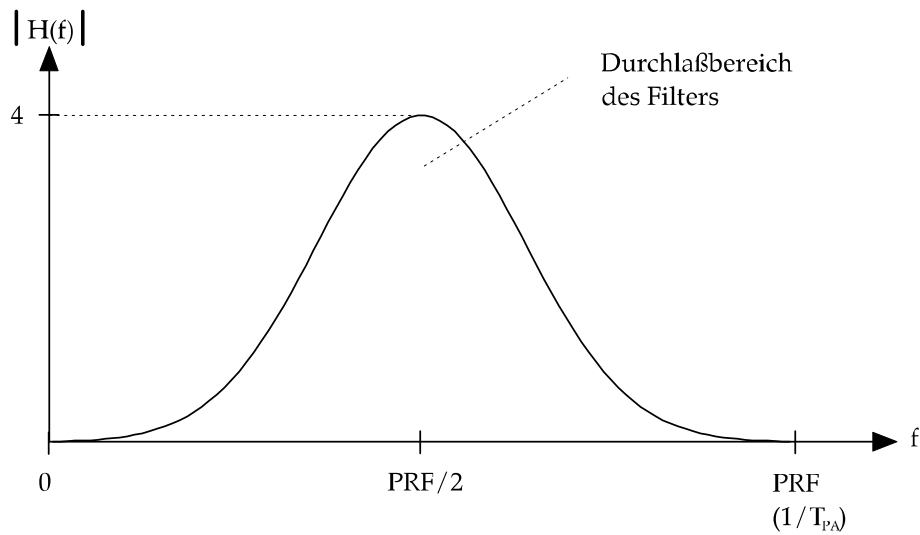


Abbildung 18: Durchlasskurve eines MTI-Filters

- Signale mit $f_D = 0$ werden vollständig unterdrückt
- Signale mit kleinem f_D werden stark gedämpft
- Signale mit $f_D = \text{PRF}/2$ werden kaum/gar nicht gedämpft
- In Pulsradaren kommen meistens Doppel-MTI-Filter zur Anwendung. Zur Unterdrückung von unbewegten Zielen werden also nur die Zusammenhänge zwischen 3 Pulsen ausgewertet.

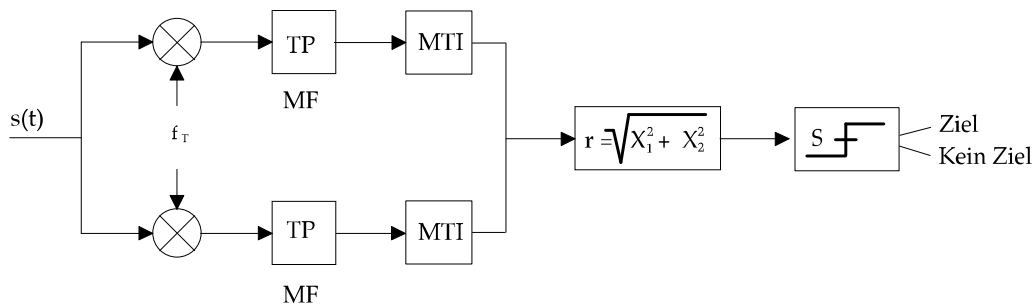


Abbildung 19: Radarempfänger mit MTI-Filter

4.4 Blindgeschwindigkeit

Impulsradare können anhand der verwendeten Pulswiederholfrequenz klassifiziert werden:

Typ	typ. PRF	Entfernungsmessung	Dopplerfrequenzmessung ($f=10\text{GHz}$)
Low PRF	1 kHz	eindeutig (150 km)	mehrdeutig (-25..+25 km/h)
Medium PRF	10 kHz	mehrdeutig (15 km)	mehrdeutig (-250..+250 km/h)
High PRF	100 kHz	mehrdeutig (1.5 km)	eindeutig (-2500..+2500 km/h)

Die oben angegebenen Werte sind typisch für Weitbereichsradares, die z.B. in der Flugsicherung Anwendung finden.

Das Empfangsspektrum eines Pulsradars mit konstanter PRF ist periodisch mit der PRF. Ein MTI-Filter, der den unbewegten Hintergrund ausblenden soll, blendet somit auch zwangsläufig bewegte Ziele aus, die eine Radialgeschwindigkeit haben, bei der die Dopplerfrequenz ein Vielfaches der PRF ist. Man sagt, solche Ziele haben Blindgeschwindigkeit.

Bei LPRF- und MPRF-Radaren ist der Eindeutigkeitsbereich der Geschwindigkeitsmessung zu klein für Luftfahrtanwendungen. Es treten Mehrdeutigkeiten und besagte Blindgeschwindigkeiten auf.

Die Mehrdeutigkeiten können zwar durch Tracking des Ziels über mehrere Zielbeleuchtungen hinweg aufgelöst werden, jedoch besteht bei Verwendung der MTI-Filter immer noch das Problem der Blindgeschwindigkeiten. Bei LPRF- und MPRF-Radaren wird deshalb meist mit variablen Pulsabständen gearbeitet. Üblich ist es, N aufeinanderfolgende Pulse jeweils zu einem Block zusammenzufassen, und die Pulse innerhalb eines Blocks etwas zu versetzen (s. Abbildung 20) Die Bezeichnung dafür ist *staggered-PRF*.

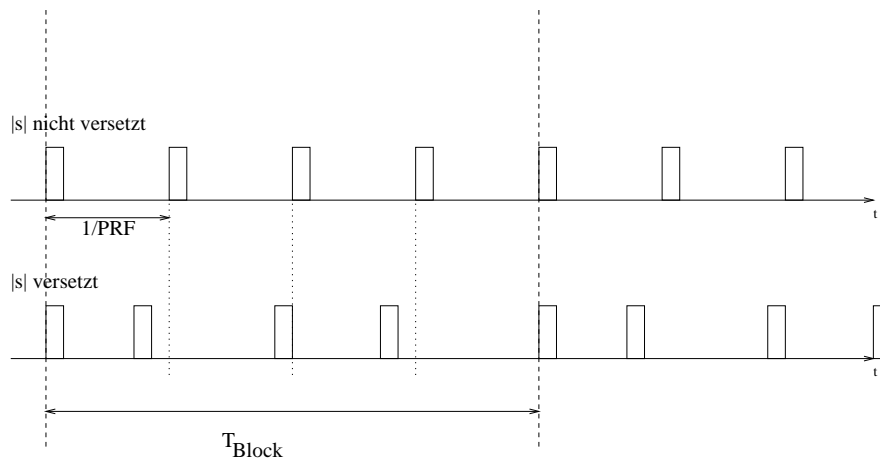


Abbildung 20: Umschaltung der Pulswiederholfrequenz innerhalb eines Blocks von N Pulsen

Blindgeschwindigkeiten werden durch die blockweise Verarbeitung unwirksam, aber am Ausgang der Dopplerfilterbank liegen noch immer dopplerfrequenz-mehrdeutige Signale vor. Die Auflösung dieser Mehrdeutigkeiten wird in [3(Rohling)] sehr detailliert beschrieben. Allerdings sind diese Verfahren nicht geeignet, wenn eine Mehrzielsituation vorliegt.

4.5 Inkohärente Detektionsverfahren

Am Ausgang des MTI-Filters liegen viele Zielechos vor. Hinter der Betragsbildung sollen die Signale ausgewertet werden: Man spricht von einer *inkohärenten Detektion*.

4.5.1 Quadratischer Integrator

Der quadratische Integrator summiert alle M Zielechos innerhalb der Antennenkeule und führt dann einen Vergleich mit einem Schwellwert durch.

$$w = \sum_{i=1}^M r_i^2 > \text{Schwelle} \quad \text{mit } M : \text{Länge des Fensters}$$

Anmerkung :

$$v_i = r_i^2 \quad r_i : \text{rayleighverteilt}$$

$$p(v_i | \text{Rauschen}) = \frac{1}{2N} \cdot e^{-\frac{v_i}{2N}} \quad \text{Exponentialverteilung}$$

$$\text{Normieren : } v = \frac{r^2}{2N}, dv = \frac{2rdr}{2N}$$

$$p(v) = e^{-v} \text{ mit } v \geq 0 \quad \text{normierte Exponentialverteilung}$$

$$w = \sum_{i=1}^M v_i, p(w | \text{Rauschen}) = \frac{v^{M-1} e^{-v}}{(M-1)!}$$

$$\int_s^\infty p(w | \text{Rauschen}) dw \leq P_{fa}$$

$$P_{fa} = \int_s^\infty \frac{v^{M-1} e^{-v}}{(M-1)!} dv, P_d = \int_s^\infty p(w | \text{Ziel}) dw$$

4.5.2 Binärer Wanderfensterdetektor

Der binäre Wanderfensterdetektor trifft zunächst eine Vorentscheidung für jedes Bit. Anschließend wird endgültig entschieden, ob es sich um ein Ziel handelt, indem die Anzahl der *positiven* Vorentscheidungen mit einem vorgegebenen Wert verglichen wird (z.B. 15 aus 20 Entscheider).

$$\text{Vorentscheidung: } B_i = \begin{cases} 1 & \text{falls } |r_i| > \text{Schwelle} \\ 0 & \text{falls } |r_i| \leq \text{Schwelle} \end{cases}$$

$$\text{Endg. Entscheidung: } B = \sum_{i=1}^M B_i > \text{Anzahl}$$

Einschub: Binomialverteilung

$$P_l = \binom{M}{l} P_{fa}^l (1 - P_{fa})^{(M-l)}$$

$$P_{fa, \text{Gesamt}} = \sum_{l=K_u}^M P_l \quad \text{mit } K_u : \text{minimale Anzahl}$$

Die oben beschriebenen Detektionsverfahren zählen zu den klassischen Detektionsverfahren, wie sie lange in der Radartechnik benutzt wurden. In den letzten 20 Jahren hat sich auch die Radartechnik der verbesserten technischen Möglichkeiten durch Digitaltechnik bedient. So ist heute eine wesentlich leistungsfähigere Signalverarbeitung möglich.

4.6 Statistische Entscheidungstheorie

Die bisherige Zielsetzung war das Trennen der Ziel- und Clutterechos durch Auswertung der Dopplerfrequenz mit Hilfe eines MTI-Filters.

Hier soll ein entscheidungstheoretischer Ansatz vorgestellt werden.

Dazu werden die

Hypothesen : H_0 : Rauschen
 H_1 : Ziel mit Dopplerfrequenz f_d vor einem homogenen (Clutter-)Hintergrund

aufgestellt.

Während einer Antennenumdrehung kommen für jedes Ziel etwa 10-20 Echos zurück. Im Radarempfänger wird das Empfangssignal getrennt für jeden Entfernungsring abgetastet. Nun sollen für jeden Entfernungsring im Empfänger N aufeinanderfolgende komplexe Abtastwerte ausgewertet werden.

Wenn die Ziele ungefähr 10-20 Echos liefern, sollte $N \approx 10$ sein, sonst .

$x(n)$ mit $0 \leq n < N$ seien die Abtastwerte eines Entfernungsrings. Diese können auch als Vektor geschrieben werden:

$$x = \begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{pmatrix}$$

Nun wird der Filter gesucht, der uns das Wahrscheinlichkeits(dichten)verhältnis $LV = \frac{p(X|H_1)}{p(X|H_0)}$ für einen gegebenen Meßdatenvektor x liefert. Für $LV < 1$ ist X einem Meßdatenvektor nach Hypothese H_0 ähnlicher, für $LV > 1$ sieht x eher nach H_1 aus. Dieser Test wird Maximum-Likelihood-Test genannt. Der Filter, der dieses Wahrscheinlichkeitsverhältnis liefert, wird "Likelihood Ratio Filter" genannt. Die Aufgabe liegt nun in der Berechnung des Filters. Zu diesem Zweck modellieren

wir zuerst die Messdatenvektoren nach den Hypotesen H_0 und H_1 . Die Störgrößen werden dafür als normalverteilt angesehen, was den realen Verhältnissen sehr nahe kommt.

s sei der Messdatenvektor den wir erhalten, wenn nur ein Zielecho mit Dopplerfrequenz f_d in Abwesenheit jeglicher Störungen, den Radarempfänger erreicht. Auch Empfängerrauschen und die Modulation durch die Antennendrehung sei vernachlässigt. Dann ist s eine abgetastete komplexe Schwingung. Die Schwingung wird verursacht durch die Dopplerfrequenz f_d . Als Vektor geschrieben:

$$s = A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_D \cdot T_{PA}} \\ e^{j2\pi f_D \cdot 2T_{PA}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi f_D \cdot (N-1)T_{PA}} \end{pmatrix} \quad \text{mit } A \in \mathbb{C}$$

Die Eigenschaften eines Messdatenvektors x für den Empfang von Clutter und Rauschen lässt sich durch seine Autokorrelationsfunktion beschreiben, wenn angenommen wird, dass es sich dabei um einen stationären Prozess handelt. Die AKF habe die Koeffizienten $\rho_0, \rho_1, \rho_2 \dots$.

Die *Kovarianzmatrix* des Störsignals x lautet :

$$K = E\{x x^*\} = \begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \dots & \rho_{N-1} \\ \rho_{-1} & \rho_0 & \dots & \rho_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{-(N-1)} & \rho_{-(N-2)} & \dots & \rho_0 \end{pmatrix} \quad \text{mit } x^* = x \text{ transponiert und konjugiert}$$

Die Störgrößen werden als normalverteilt angesehen. So kann die Verteilungsdichte $p(X|H_0)$ berechnet werden durch:

$$p(X|H_0) = \frac{1}{\pi^N \det(K)} e^{-x^* K^{-1} x}$$

Da das Zielsignal deterministisch ist, kann $p(X|H_1)$ nun auch sehr einfach angegeben werden:

$$p(X|H_1) = \frac{1}{\pi^N \det(K)} e^{-(x-s)^* K^{-1} (x-s)}$$

Das Likelihood-Verhältnis ist nun:

$$LV = \frac{p(X|H_1)}{p(X|H_0)} = e^{-(x-s)^* K^{-1} (x-s) + x^* K^{-1} x} > \text{Schwelle}$$

Das Verhältnis kann durch Vergleich mit einer Schwelle zur Zielentscheidung genutzt werden.

Eine Logarithmierung ist eine monotone Abbildung, und ändert nichts an der Schwellwertentscheidung

$$\ln(LV) = -(x-s)^* K^{-1} (x-s) + x^* K^{-1} x > \ln(\text{Schwelle})$$

$$\ln(LV) = 2\operatorname{Re}(s^*K^{-1}x) - s^*K^{-1}s > \ln(\text{Schwelle})$$

und daraus:

$$\operatorname{Re}(s^*K^{-1}x) > \frac{1}{2}(\ln(\text{Schwelle}) + s^*K^{-1}s)$$

Der linke Term liefert den Wert, der einem Schwellwertdetektor zugeführt werden kann. Die Koeffizienten eines Filters, der diesen Wert liefert, lassen sich sofort ablesen:

$$\boxed{a^* = S^*K^{-1} \quad a = K^{-1}S} \quad \text{likelihood-ratio-Filter}$$

Der Filter wird auch als “Matched Filter für farbiges Rauschen” bezeichnet. Still-schweigend unterschlagen wurde die Tatsache, dass Amplitude und Anfangsphase der Zielechos S nicht bekannt ist. Die beiden Größen wurden anfangs in der komplexen Konstanten A zusammengefasst.

Übliche Vorgehensweise:

- Die Amplitude wird durch die minimal zu detektierende Amplitude ersetzt. Konsequenz: Fehlalarmwahrscheinlichkeit steigt gegenüber dem idealen Fall.
- Die Anfangsphase ist dem Empfänger vollkommen unbekannt, die Kenntnis über die Phase aber für die oben beschriebene Verarbeitungsvorschrift sehr kritisch, wie man leicht nachvollziehen kann. Naheliegender ist es, statt des Realteils den Betrag zur Schwellwertentscheidung zu benutzen. Der Betrag ist von der Anfangsphase unabhängig, es treten jedoch auch hier Verluste für die Detektionsicherheit auf.

4.7 Entwurf einer Dopplerfilterbank

Das im vorangegangenen Kapitel angegebene Dopplerfilter ist nur für eine einzige (unbekannte) Dopplerfrequenz ausgelegt. Man benötigt daher eine *Dopplerfilterbank*, bestehend aus adaptiven Filtern:

$$f_D \in \left\{0, \frac{PRF}{N}, \frac{2 \cdot PRF}{N}, \dots, \frac{(N-1) \cdot PRF}{N}\right\}$$

Das Problem bei der Verwendung von adaptiven, also zeitvarianten Filtern besteht in der Annahme, dass der Hintergrund homogen ist. Diese Annahme ist zum Beispiel dann nicht zulässig, wenn sich im Hintergrund punktförmige Objekte befinden. Die Zielentscheidung sollte daher erst später im Signalfluss vorgenommen werden, indem mit *zeitinvarianten Dopplerfiltern* gearbeitet wird.

4.8 Zeitinvariante Dopplerfilter

Die Frequenzmessung erfolgt mit Hilfe einer diskreten Fouriertransformation (DFT). Eine wichtige Zielsetzung ist es, möglichst geringe Nebenzipfel in der Übertragungsfunktion zu erhalten. Dies kann durch Vorschalten einer *Fensterfunktion* vor die diskrete Fouriertransformation erfolgen. Somit ist es möglich, die Nebenzipfeldämpfung von 13 dB auf über 45 dB zu erhöhen (s. Veröffentlichung [1(Roh,Sch)]).

4.9 Verfahren zur Auflösung von Mehrdeutigkeiten

Zur Auflösung von Mehrdeutigkeiten, die bei der Dopplerfrequenzmessung sowie bei der Entfernungsmessung auftreten können, werden Puls-Bursts mit jeweils unterschiedlicher PRF verwendet. Jeder Burst wird für sich ausgewertet und in jeder Auswertung entstehen Mehrdeutigkeiten, da die Dopplerfrequenz modulo PRF und die Laufzeit modulo $1/\text{PRF}$ gemessen wird. Werden die Ergebnisse der verschiedenen Bursts im Empfänger verglichen, können die Mehrdeutigkeiten aufgelöst werden.

4.9.1 Blockweise Umstellung der PRF

In Abbildung 23 ist das Sendesignal eines MTD-Radars mit blockweiser Umstellung der PRF skizziert. Es werden drei Bursts mit unterschiedlichen Pulswiederholungsfrequenzen abwechselnd gesendet. Abbildung 24 zeigt für die drei Bursts zusätzlich das jeweilige Empfangssignal für ein Ziel mit einer Echolaufzeit von τ . In diesem Beispiel liegt das Zielecho in allen drei Bursts ausserhalb des ersten

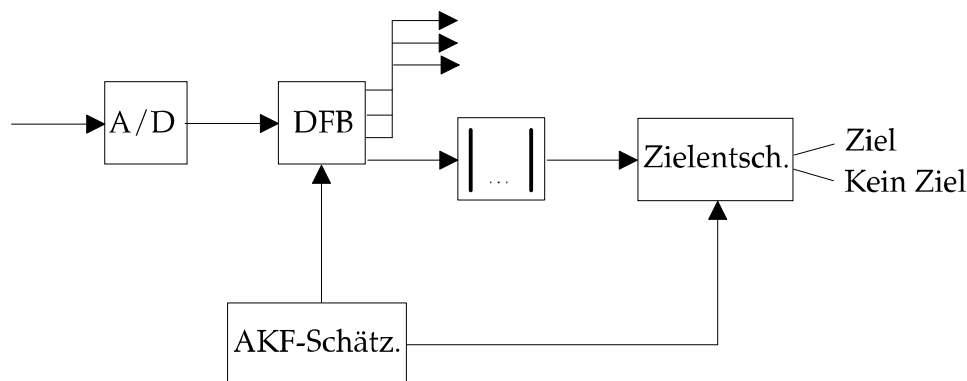


Abbildung 21: Einbeziehung einer Dopplerfilterbank in den Radarempfänger

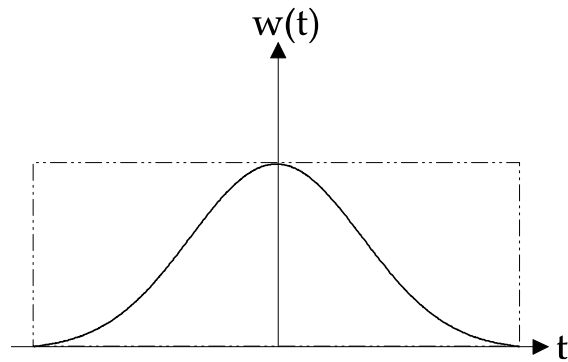


Abbildung 22: Rechteck- und Hammingfenster

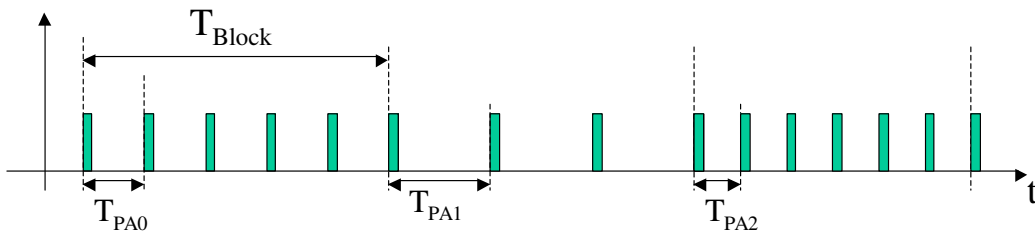


Abbildung 23: Blockweise Umstellung der PRF in einem MTD-Radar

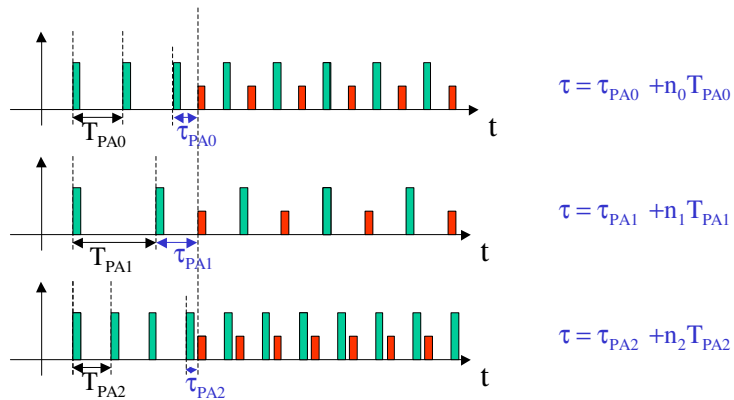


Abbildung 24: Auflösung von Mehrdeutigkeiten bei einem MTD-Radar mit 3 Pulsblöcken unterschiedlicher PRF

Eindeutigkeitsbereichs. Die wirkliche Signallaufzeit τ wird modulo des Pulsabstandes gemessen. So ergeben sich drei verschiedene mehrdeutige Messwerte:

$$\begin{aligned}\tau_{PA0} &= \tau \bmod T_{PA0} \\ \tau_{PA1} &= \tau \bmod T_{PA1} \\ \tau_{PA2} &= \tau \bmod T_{PA2}\end{aligned}$$

Ein mehrdeutiges Messergebnis τ_{PAi} entsteht für alle Laufzeiten $\tau = \tau_{PAi} + n_i T_{PAi}$. Damit kann die Signallaufzeit τ durch Ausprobieren aller möglichen Kombinationen für n_0, n_1, n_2 aus dem Gleichungssystem

$$\begin{aligned}\tau &= \tau_{PA0} + n_0 T_{PA0} \\ \tau &= \tau_{PA1} + n_1 T_{PA1} \\ \tau &= \tau_{PA2} + n_2 T_{PA2}\end{aligned}$$

ermittelt werden. Das Ausprobieren aller möglichen Kombinationen ist jedoch eine sehr rechenintensive Methode. Es gibt Verfahren, die das Problem effizienter und analytisch geschlossen lösen. Eines davon, das Chinese Remainder Theorem, wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

4.9.2 Chinese Remainder Theorem

Der Eindeutigkeitsbereich einer Messung kann durch mehrere Messungen mit kleineren aber unterschiedlichen Eindeutigkeitsbereichen um ein Vielfaches vergrößert werden. Das MTD-Radar mit Pulsblöcken unterschiedlicher PRF ist nur ein praktisches Anwendungsbeispiel. Im folgenden wird ein Verfahren vorgestellt, das eine effiziente Auflösung der Mehrdeutigkeiten im Falle von ganzzahligen Messwerten erlaubt. Daraufhin wird ein Verfahren für kontinuierliche Größen vorgestellt.

Angenommen werden zwei Messungen mit den Eindeutigkeitsbereichen J_1 und J_2 . M_1 und M_2 sind die gemessenen Werte. Sie stehen mit dem eindeutigen Messwert M über folgende Gleichungen in Beziehung:

$$M_1 = M \bmod J_1$$

$$M_2 = M \bmod J_2$$

Im folgenden sei angenommen, daß J_1 und J_2 zueinander teilerfremd seien. Dann ist leicht zu überprüfen, dass der Eindeutigkeitsbereich J der Gesamtmessung das Produkt der Eindeutigkeitsbereiche der Teilmessungen ist:

$$M \bmod J_1 = (M + J) \bmod J_1 \rightarrow J \bmod J_1 = 0$$

$$M \bmod J_2 = (M + J) \bmod J_2 \rightarrow J \bmod J_2 = 0$$

$$J_1, J_2 \text{ teilerfremd} \rightarrow J = J_1 \cdot J_2$$

Die Aussage des Chinese Remainder Theorem ist, dass M durch eine Gleichung berechnet werden kann:

$$M = (M_1 Z_1 + M_2 Z_2) \bmod (J_1 J_2)$$

Dabei sind Z_1 und Z_2 Hilfsgrößen, die vor Beginn der Messung einmal aus folgenden Gleichungen ermittelt werden müssen:

$$Z_1 \bmod J_1 = 1 \quad Z_1 \bmod J_2 = 0$$

$$Z_2 \bmod J_2 = 1 \quad Z_2 \bmod J_1 = 0$$

Beispiel Zwei Messungen mit den Eindeutigkeitsbereichen $J_1 = 11$ und $J_2 = 8$ werden durchgeführt.

Damit ist der Eindeutigkeitsbereich der Gesamtmessung $J = J_1 \cdot J_2 = 88$ bereits festgelegt.

Die Hilfsvariablen können durch Ausprobieren ermittelt werden: $Z_1 = 56$ und $Z_2 = 33$.

Für das Messergebnis $M_1 = 3$, $M_2 = 2$ kann M im Bereich von $[0..87]$ eindeutig angegeben werden:

$$M = (3 \cdot 56 + 2 \cdot 33) \bmod 88 = 58$$

4.9.3 Verfahren bei kontinuierlichen Messgrößen

Nun werden zwei Messungen mit den reellen Eindeutigkeitsbereichen L_1 und L_2 angenommen. M_1 und M_2 sind die reellen, mehrdeutigen Messwerte der beiden Teilmessungen.

In einem ersten Schritt werden die Messwerte durch ihre Eindeutigkeitsbereiche normiert:

$$M_{1n} = M_1 / L_1$$

$$M_{2n} = M_2 / L_2$$

M_{1n} und M_{2n} liegen innerhalb des Intervalls $[0..1[$

Der Zusammenhang zwischen M und den Messwerten M_{1n} und M_{2n} kann damit angegeben werden durch:

$$M = (V_1 + M_{1n}) \cdot L_1$$

$$M = (V_2 + M_{2n}) \cdot L_2$$

V_1 und V_2 sind dabei zwei ganzzahlige Variablen für die gilt:

$$V_1 < J_1 \text{ und } V_2 < J_2 \text{ mit } \frac{J_1}{J_2} = \frac{L_1}{L_2}$$

Sind J_1 und J_2 zwei teilerfremde Zahlen, so ergibt sich für die Gesamtmessung ein Eindeutigkeitsbereich von $L = L_1 J_2 = L_2 J_1$. Die reellen Eindeutigkeitsbereiche

L_1 und L_2 werden deshalb so gewählt, dass sich der Quotient $\frac{L_1}{L_2}$ durch zwei teilerfremde, ganze Zahlen darstellen lässt.

Nach diesen Vorbereitungen kann der Zusammenhang der Messgrößen umgeformt werden:

$$M = (V_1 + M_{1n}) \cdot L_1 = (V_2 + M_{2n}) \cdot L_2$$

$$0 = (V_2 + M_{2n}) \cdot L_2 - (V_1 + M_{1n}) \cdot L_1$$

$$0 = (V_2 + M_{2n}) \cdot J_2 - (V_1 + M_{1n}) \cdot J_1$$

$$0 = \underbrace{(M_{2n} \cdot J_2 - M_{1n} \cdot J_1)}_Z + \underbrace{(V_2 \cdot J_2 - V_1 \cdot J_1)}_{\text{ganze Zahl}}$$

Der Wert Z kann direkt aus den normierten Messwerten berechnet werden und muss in einer rauschfreien Messung einen ganzzahligen Wert annehmen.

$$Z = (M_{2n} \cdot J_2 - M_{1n} \cdot J_1) = (V_1 \cdot J_1 - V_2 \cdot J_2) \quad \text{mit } -(J_1 - 1) \leq Z \leq (J_2 - 1)$$

Das Problem verlagert sich nun zu der Bestimmung von V_1 und V_2 sodass gilt:

$$Z = V_1 \cdot J_1 - V_2 \cdot J_2$$

V_1 und V_2 können als Funktion von Z geschrieben werden:

$$Z = V_1(Z) \cdot J_1 - V_2(Z) \cdot J_2$$

Für alle $Z > 1$ kann $V_i(Z)$ durch $V_i(1)$ dargestellt werden:

$$V_1(Z) = (Z \cdot V_1(1)) \text{ mod } J_2$$

$$V_2(Z) = (Z \cdot V_2(1)) \text{ mod } J_1$$

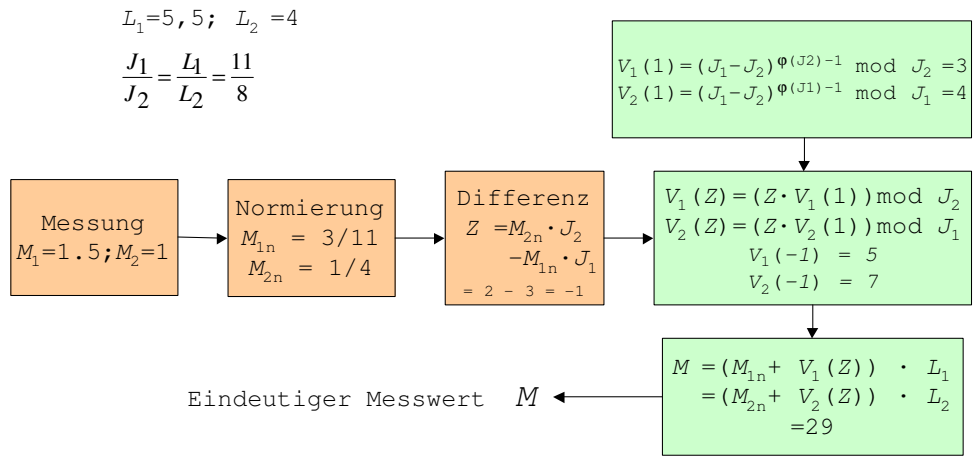
Für die Sonderfälle $V_1(1)$ und $V_2(1)$ gilt die Formel:

$$V_1(Z) = (J_1 - J_2)^{\varphi(J_2)-1} \text{ mod } J_2$$

$$V_2(Z) = (J_1 - J_2)^{\varphi(J_1)-1} \text{ mod } J_1$$

$\varphi(x)$ ist die Eulersche Funktion, die die Anzahl der zu x teilerfremden Zahlen, die kleiner als x sind, angibt.

Beispiel Der beschriebene Algorithmus zur Auflösung von Mehrdeutigkeiten ist in folgendem Blockschaltbild zusammen mit einem Zahlenbeispiel dargestellt:



5 Adaptive Detektionsmethoden

5.1 Bodenechokarte

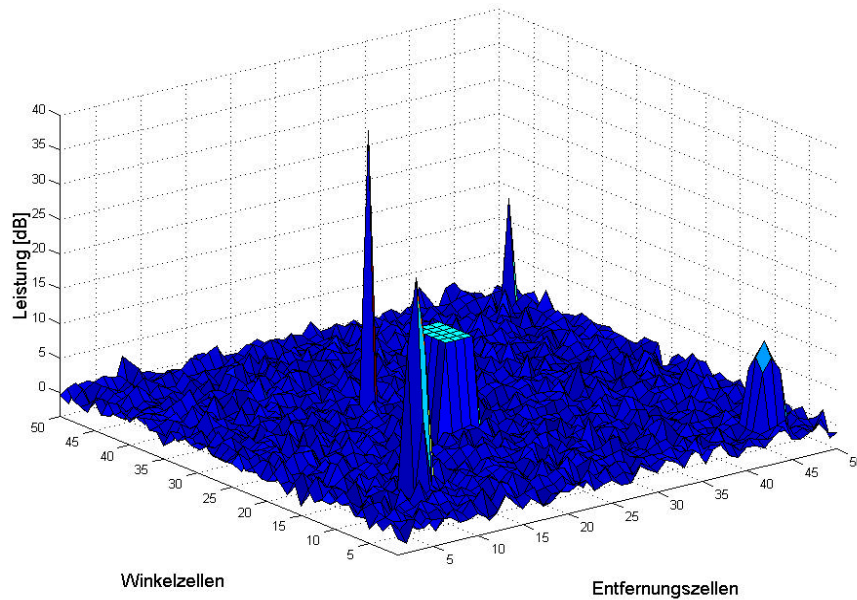


Abbildung 25: Beispiel Bodenechokarte

Die Unterdrückung von Boden- und Regenclutter und die optimale Einstellung der Zielentdeckungsschwellen wird in heutigen Radargeräten durch eine Bodenechokarte unterstützt. In diese Karte trägt der Radarempfänger die mittlere Leistung der ortsfesten Clutterechos der Umgebung für jede Entfernung-Azimalwinkel-Auflösungszelle ein und aktualisiert sie ständig. Die Daten helfen darauf bei der adaptiven Einstellung der Filterbänke und der Ermittlung der optimalen Entdeckungsschwellen.

5.2 Entfernungs - CFAR

Die Abkürzung *CFAR* steht für *constant false alarm rate* und beschreibt Verfahren, die durch adaptive Einstellung der Zielentdeckungsschwelle für eine konstante Fehlalarmrate sorgen.

Entfernungs-CFAR-Verfahren benutzen ein räumliches Unterscheidungsmerkmal zwischen Zielen und Clutter: während die gewünschten Ziele Punktziele sind, haben die meisten Clutterziele eine sehr große räumliche Ausbreitung. Die Abmessungen von Zielen liegen unterhalb der Auflösungsgrenze eines Flugradargerätes, Clutter dagegen wird im Radar auf viele aufeinanderfolgende Entfernungstore abgebildet.

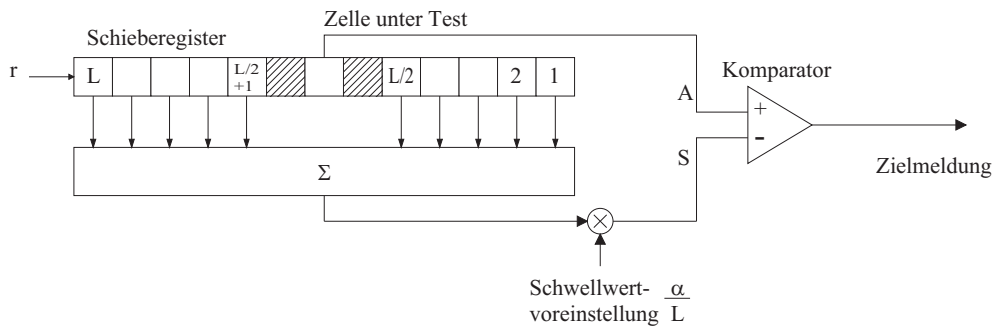


Abbildung 26: Cell Averaging-CFAR

Cell Averaging-CFAR Bei der Cell Averaging-CFAR wird der Schwellwertdetektor um eine Schaltung zur Ermittlung der Detektionsschwelle erweitert (Abbildung 26). Die Betragsquadrate der Abtastwerte aufeinanderfolgender Entfernungstore werden nacheinander in ein Schieberegister mit $(L+3)$ Zellen eingelesen. Jeweils nach dem Einlesen eines Wertes $r(k)$ wird die mittlere Zelle des Schieberegisters ($A = r(k - L/2 - 1)$) dem Schwellwertdetektor zugeführt und eine Entscheidung über Ziel oder nicht Ziel getroffen. Gleichzeitig werden die restlichen Zellen des Schieberegisters zur Bestimmung des Schwellwertes $S = \alpha \frac{\sum r}{L}$ herangezogen. Die beiden an die mittlere Zelle angrenzenden Zellen werden nicht berücksichtigt, da bei Zielen mit starker Amplitude ein Übersprechen zwischen aneinandergrenzenden Zielen möglich ist.

Der Komparator vergleicht die Leistung in der Zelle unter Test mit der mittleren (Stör-)Leistung der benachbarten Zellen. Bei $\frac{A}{\sum r} > \frac{\alpha}{L}$ wird ein Ziel detektiert. α dient der Voreinstellung der Falschalarmrate des Detektors.

Für das Verfahren geht man davon aus, dass die mittlere Störleistung im Beobachtungsfenster - d.h. in allen Zellen des Schieberegisters - gleich ist. Deshalb muss L so gewählt werden, dass der vom Beobachtungsfenster abgedeckte Entfernungsbereich klein gegenüber der Ausdehnung der Clutterziele ist.

Ordered Statistic-CFAR Das CA-CFAR Verfahren ist schlecht für Mehrzielsituationen geeignet. Sind innerhalb des Beobachtungsfensters mehrere Ziele, wird die Detektions-Schwelle durch die zusätzlichen Zielsignalleistungen zu hoch eingestellt. Die Folge ist eine schlechtere Detektionsrate.

Zur Ermittlung der Störleistung im Beobachtungsfenster wird im OS-CFAR (Abbildung 27) statt Summenbildung ein Rangordnungs-Filter benutzt. Dieser ordnet zuerst den L Betragsquadraten der umliegenden Zellen nach ihrer Größe einen Rang von 0 bis $L - 1$ zu. Dem kleinsten Wert wird der Rang 0 zugewiesen, dem größten wird der Rang $L - 1$ zugewiesen. Der Wert mit dem vorab festgelegten Rang k wird als Schätzwert für die mittlere Störleistung herangezogen.

Bei Mehrzielsituationen werden zwar einige Betragsquadratwerte verfälscht, das hat aber nur einen Einfluss auf die Werte mit einem hohen Rang. Die günstigsten Werte für k zur Ermittlung der Störleistung sind im Bereich: $0.6L < k < 0.8L$.

CFAR-Verlust Beide CFAR-Verfahren schätzen die mittlere Störleistung und haben gegenüber einem System, das die mittlere Störleistung exakt kennt, Verluste. Diese Unsicherheit - wird sie nicht weiter berücksichtigt - erzeugt eine höhere Falschalarmrate und eine schlechtere Detektionsrate.

Um die Falschalarmrate auf dem vorgegebenen Wert zu halten, muss die Schwelle S durch Anpassen von α um einen Faktor L_{CFAR} erhöht werden. Dieser Faktor kann analytisch ermittelt werden [3(Ludloff)]. Die Unsicherheit tritt dann nur dadurch in Erscheinung, dass für die gleiche Detektionswahrscheinlichkeit eines Zielechos ein um L_{CFAR} höheres $\frac{S}{N}$ vorliegen muss. L_{CFAR} wird als CFAR-Verlust bezeichnet.

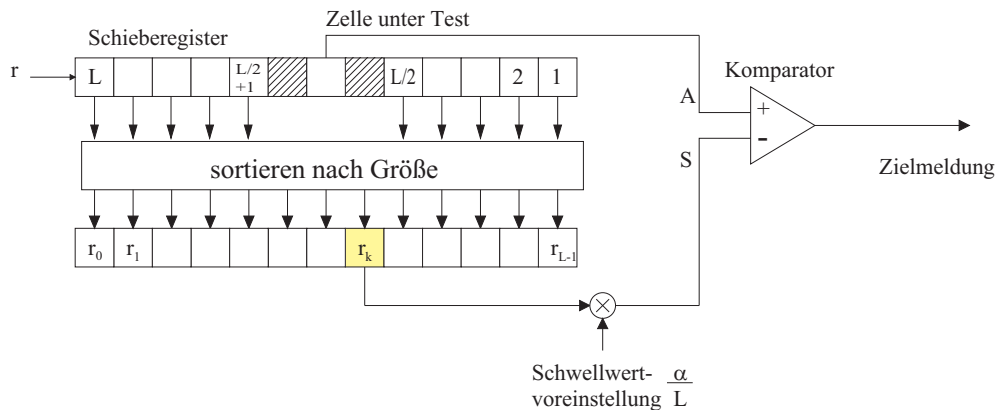


Abbildung 27: Ordered Statistic-CFAR

6 Sendesignalformen

6.1 Pulskompression

Ein Pulsradar amplitudenmoduliert den Träger mit einem Rechtecksignal, um den Sendeimpuls zu erzeugen. In einem Pulskompressionsradar werden die Pulse während der Aussendung zusätzlich moduliert. Im Empfänger wird das Eingangssignal wieder demoduliert und durch einen Matched Filter geschickt, der auf das Modulationssignal optimiert wurde. Dieser maximiert - wie bekannt - das S/N des Empfangssignals zum Zeitpunkt $t=T$.

$$h(t) = s^*(T - t)$$

$$T = 0 : a(t) = h(t) * s(t) = s(-t) * s(t) = \varphi_{ss}(t) \quad AKF$$

Die Entfernungsauflösung hängt somit nur noch von der Autokorrelationseigenschaft des Modulationssignals ab, nicht mehr von dessen Länge direkt. Die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{ss}(t)$ des Sendesignals $s(t)$ sollte möglichst impulsförmig sein, damit die Ziele optimal voneinander getrennt werden können.

Mit Hilfe der Pulskompression kann

1. bei gleicher Impulsleistung die Entfernungsauflösung verbessert werden, oder
2. bei gleicher Entfernungsauflösung ein verbessertes Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis erzielt werden.

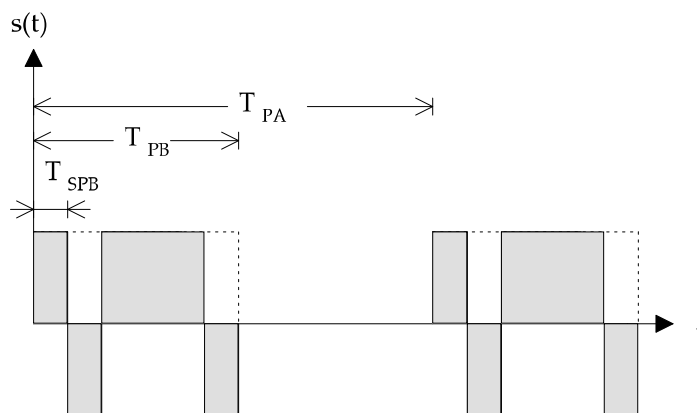


Abbildung 28: Pulskompressions-Sendesignal

Für ein einfaches Impulsradar ergibt sich die Entfernungsauflösung zu

$$\Delta R = \frac{c}{2} \cdot T_{PB}$$

Für ein Pulskompressionsradar ist die Entfernungsauflösung

$$\Delta R = \frac{c}{2} \cdot T_{SPB}$$

Der Entfernungseindeutigkeitsbereich ist für beide Radare

$$R_{max} = \frac{c}{2} \cdot T_{PA}$$

6.1.1 Phasencodierte Impulse

Es muss eine Modulation für die Sendepulse gewählt werden. Eine einfache und gängige Lösung ist die Phasenmodulation.

Das Modulationssignal sollte idealerweise eine Autokorrelationsfunktion gleich einem Diracstoss besitzen, denn dann ist die Entfernungsauflösung optimal. Das ist meistens nicht möglich. Man begnügt sich deshalb mit Sendesignalen, die eine näherungsweise diracförmige AKF haben.

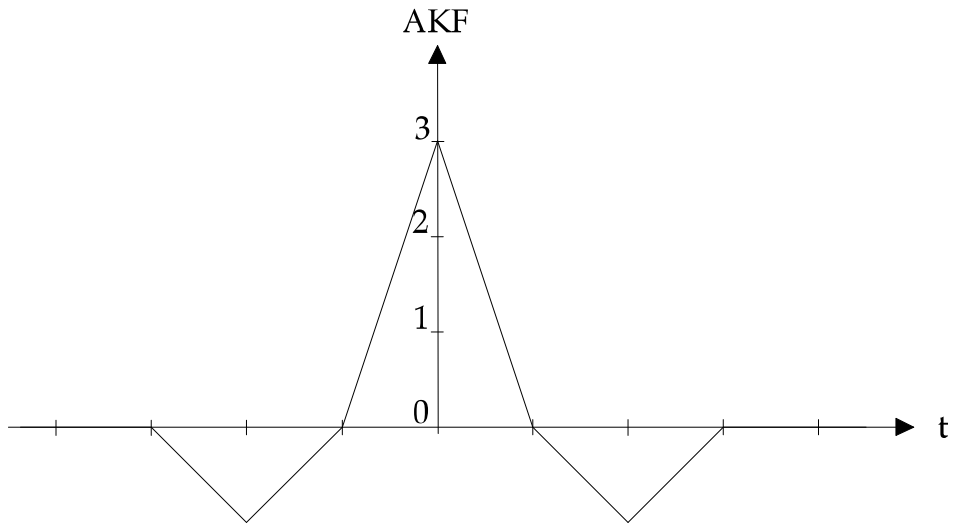
Werden für die Phasenmodulation Binärcodes verwendet, spricht man von Phasenumtastung (PSK.) Für nicht zu lange Pulse eignen sich Barker Codes:

- Aperiodische Barker-Codes
Barker-Code für Länge N = 3 : +1 +1 -1

Berechnung der AKF durch diskrete Faltung :
 [1 1 -1]*[-1 1 1]

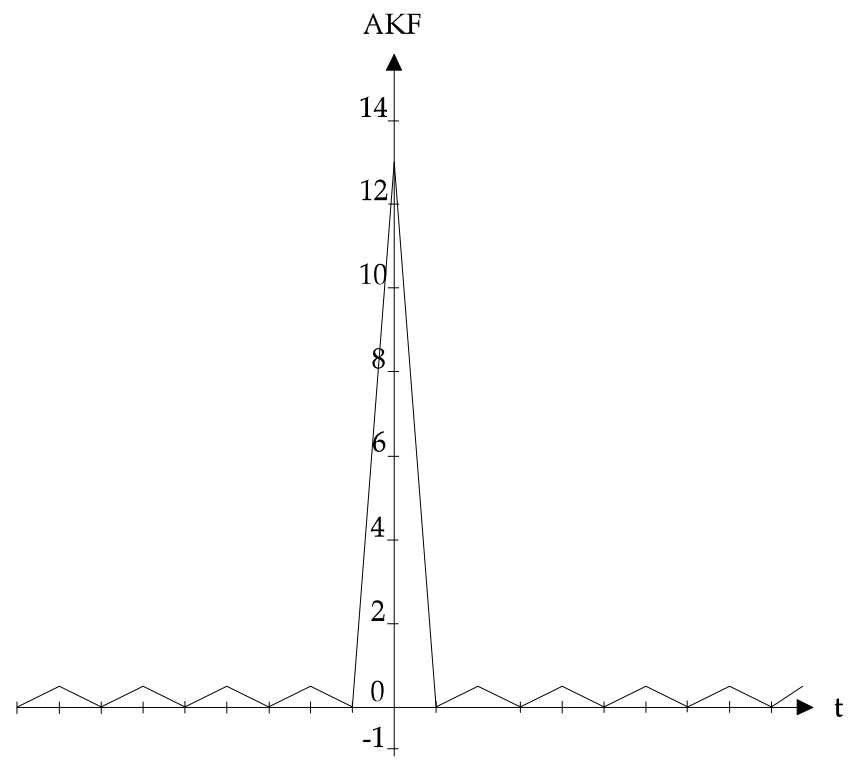
$$\begin{array}{r} 1^*(\quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad \quad \quad) \\ 1^*(\quad \quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad \quad) \\ -1^*(\quad \quad \quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad) \\ \hline = \quad -1 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \quad -1 \end{array}$$

→ AKF : -1 0 3 0 -1



Barker-Code für Länge N = 13 : + + + + + - - + + - + - +

→ AKF : ...1 0 1 0 13 0 1 0 1...



6.1.2 Phasencodierte Dauerstrichradare mit periodischen PR-Binär-codes

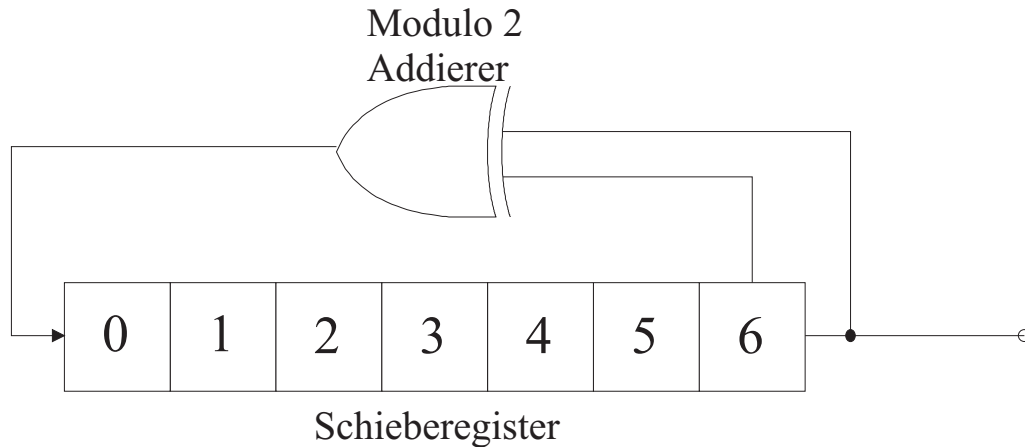


Abbildung 29: Erzeugung einer “Folge maximaler Länge”

Phasenkodierte Dauerstrichradare können als Extremfall der phasencodierten Puls-kompressionsradare aufgefasst werden, der Pulsabstand ist dann genau gleich der Pulsbreite. Hierfür müssen Codes erzeugt werden, die sehr lange Perioden haben. Barker-Codes gibt es nur bis zur Länge 13 und scheiden deshalb aus. Einfach zu erzeugende Codes längerer Periode sind die sogenannten “Folgen maximaler Länge”. Einige Elemente eines Schieberegisters mit n Elementen werden mit einer Modulo-2 Addition verknüpft und an den Eingang des Schieberegisters zurückgekoppelt (Abbildung). Bei geeigneter Wahl der rückzukoppelnden Elemente entstehen am Ausgang des Schieberegisters Pseudo-Zufalls-Folgen mit der Periode $2^n - 1$. Für einen Schieberegister mit n Elementen ist das gerade die Zahl möglicher Zustände, bei denen nicht alle Elemente = 0 sind. Der Schieberegister muss mit einem Startwert $\neq 0$ initialisiert werden. Erzeugt die Schaltung eine Folge maximaler Länge, hat der Startwert keinen Einfluss auf die ausgegebene Folge, ausser dass sie verschoben ist. Das ist einfach zu begründen - der Schieberegister durchläuft alle Zustände genau einmal. Aus der Eigenschaft, dass alle Zustände einmal durchlaufen werden, kann eine weitere Eigenschaft des Ausgangssignals abgeleitet werden: Die Zahl der Nullen und Einsen ist ungefähr gleich ($N_{1'} = \frac{2^n}{2}$; $N_{0'} = \frac{2^n}{2} - 1$).

Länge des Schieberegisters	Maximale Länge	Anzahl möglicher “Folgen maximaler Länge”	Beispiel: rückgekoppelte Registerelemente für eine Folge maximaler Länge
3	7	2	1,2
4	15	2	2,3
5	31	6	2,4
6	63	6	4,5
7	127	18	5,6
8	255	16	3,4,5,7
9	511	48	4,8
10	1023	60	6,9
11	2047	176	8,10

Die AKF einer solchen Pseudo-Noise Folge ist der eines Dirac-Impulses ähnlich, hat aber erwartungsgemäß einige Nebenzipfel.

6.1.3 Vor- und Nachteile der Pulskompression

Ein wesentlicher Vorteil der Pulskompressionsverfahren ist, dass die Entfernungsauflösung unabhängig von der Pulsdauer einstellbar ist. Das bedeutet, dass bei begrenzter Signalamplitude des Sendepulses seine mittlere Leistung ohne Verringerung der Entfernungsauflösung erhöht werden kann. Es treten bei Einsatz der Pulskompression aber auch Nachteile auf:

- **Eigenclutter:** Durch Nebenmaxima der AKF des Sendesignals entstehen durch ein Zielecho am Ausgang des Matched Filters Störungen in benachbarten Entfernungstoren.
- **Dopplerempfindlichkeit:** Das Signal am Ausgang des Korrelators ist stark abhängig von einer Frequenzverschiebung.
- **Blindentfernung:** Je länger die Pulsdauer ist, um so länger wird auch die Zeit zwischen Start der Aussendung des Pulses bis zum Einschalten des Empfängers.

6.2 Mismatched Filter

Ein Matched Filter wird verwendet, um das S/N des Empfangssignals zu maximieren. Am Ausgang eines Matched Filters entstehen aber bei den allermeisten Sendesignalen nicht nur ein einzelner Diracpuls sondern auch einige Nebenmaxima. Diese können schwache, danebenliegende Ziele maskieren. Um dieses zu verhindern wird eine andere Hauptforderung an den Empfangskorrelator gestellt:

$$\boxed{\text{Alle Nebenmaxima} = 0}$$

Anders formuliert:

$$\boxed{s(t) * h(t) = a \cdot \delta(t)}$$

Diese Forderung an den Korrelator führt bei einem diskreten Sendesignal s mit der Periode P zu folgendem Gleichungssystem ($a=1$):

$$C_{ss} \cdot h = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & \cdots & s_{p-1} & s_P \\ s_2 & s_3 & \cdots & s_P & s_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ s_P & s_1 & \cdots & s_{P-2} & s_{P-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = d$$

$$\Leftrightarrow h = \text{inv}(C_{ss}) \cdot d$$

h ist die Impulsantwort des sogenannten *Mismatched-Filters (MMF)*. Dieser Filter hat allerdings eine etwas geringere Effizienz (im Mittel ungefähr 0.5dB) als ein Matched-Filter. Neben dem Verschwinden sämtlicher Nebenmaxima gibt es einen weiteren wesentlichen Vorteil: es gibt ihn für Folgen beliebiger Periodenlängen. Weitere Details zum Entwurf von Mismatched-Filtern werden ausführlich in [1] diskutiert.

	Optimierung des Korrelators auf:	Optimierung des Signals auf:
Matched Filter	maximales $\frac{S}{N}$	niedrige Nebenmaxima in AKF
Mismatched Filter	Nebenmax. = 0	hohes $\frac{S}{N}$ in Synchronlage

6.3 Ambiguity-Funktion

In einfachen Pulsradaren sind die Korrelationsfilter unempfindlich gegenüber einer Dopplerefrequenzverschiebung des Eingangssignals. Bei Pulskompressionsradaren dagegen hat eine Dopplerefrequenzverschiebung eine große Auswirkung auf das Ausgangssignal des Korrelators. Um die Auswirkung auf das Signal am Ausgang eines Matched Filters zu beschreiben, wird die sogenannte Ambiguity-Funktion eingeführt.

Die Impulsantwort eines Matched Filters lautet (Abschnitt 3.2):

$$h(t) = s^*(T - t)$$

Die Antwort $\chi(\tau)$ eines Matched-Filters auf das ungestörte Empfangssignal $r(t)$ im Basisband zum Zeitpunkt $t = \tau$ lautet damit :

$$\chi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{r(t)}_{\text{Empfangssignal}} \cdot \underbrace{s^*(t - \tau)}_{MF} dt$$

Dabei wurde vereinfacht $T = 0$ angenommen. Nun soll mit $r(t) = s(t) e^{j2\pi f_D t}$ nur eine Dopplerefrequenzverschiebung des Sendesignals berücksichtigt werden. $\chi(\tau)$ ist dadurch zusätzlich abhängig von dieser Frequenzverschiebung f_D :

$$\chi(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{s(t) e^{j2\pi f_D t}}_{\substack{\text{Frequenzversch.} \\ \text{Sendesignal}}} \cdot \underbrace{s^*(t - \tau)}_{MF} dt$$

Dies ist die Definition der Ambiguity-Funktion (Mehrdeutigkeitsfunktion). Für $f_D = 0$ entspricht sie genau der Autokorrelationsfunktion des Signals $s(t)$.

Die Ambiguity-Funktion (Mehrdeutigkeitsfunktion) repräsentiert die Antwort des Matched-Filters sowohl auf das Sendesignal $s(t)$, für welches das Filter dimensioniert wurde, als auch auf dopplerverschobene Signale. Diese Darstellung ermöglicht eine Aussage über die Eignung eines bestimmten Sendesignalverlaufs für eine vorgegebene Anwendung.

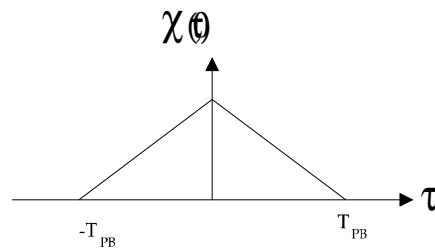
1. Beispiel: Rechteckimpuls

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T_{PB}}} \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T_{PB}}\right)$$

$$|\chi(\tau, f_D)| = \left| \frac{1}{T_{PB}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{T_{PB}}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{t-\tau}{T_{PB}}\right) e^{j2\pi f_D t} dt \right|$$

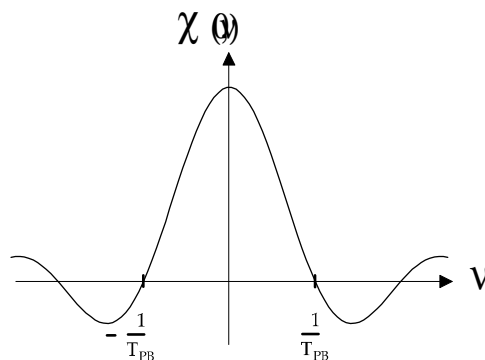
- AKF für $f_D = 0$:

$$|\chi(\tau, f_D)| = 1 - \frac{|\tau|}{T_{PB}}$$



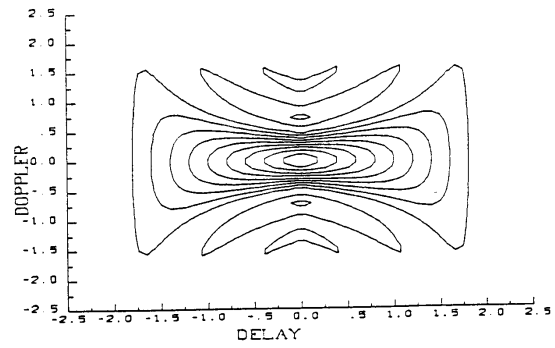
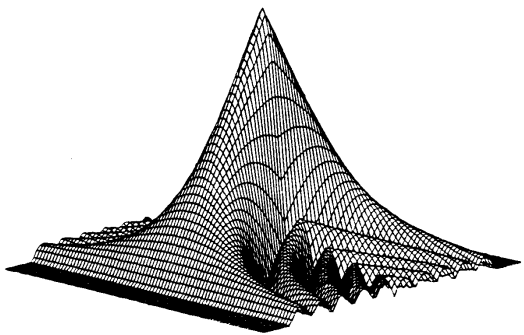
- Spektrum für $\tau = 0$:

$$\chi(0, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{T_{PB}}\right) \cdot e^{j2\pi f_D t} dt = \text{si}(\pi T_{PB} \cdot f_D)$$

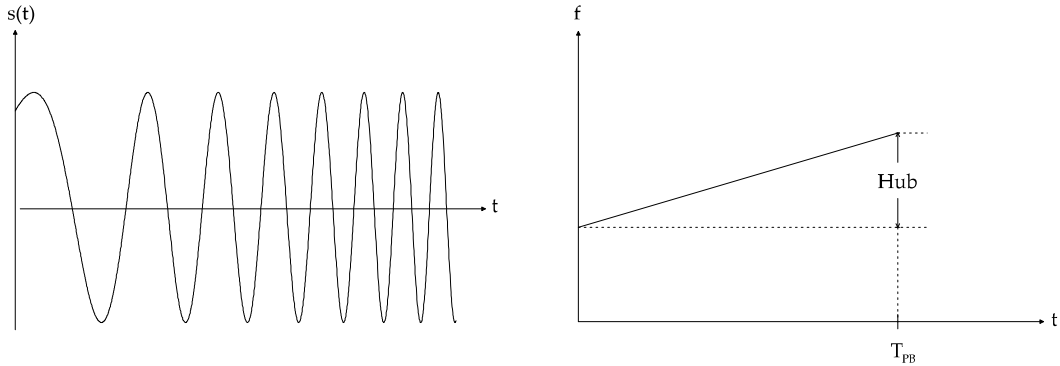


- gesamte Ambiguity-Funktion

$$|\chi(\tau, f_D)| = \left(1 - \frac{|\tau|}{T_{PB}}\right) \cdot \left| \text{sinc}\left(\pi T_{PB} \left(1 - \frac{|\tau|}{T_{PB}}\right) f_D\right) \right|$$



2. Beispiel: Linear FM Impuls



$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T_{PB}}} \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T_{PB}}\right) \cdot e^{j\pi kt^2}$$

Der Ausdruck $k \cdot t$ beschreibt die *Momentanfrequenz* und wird durch die Ableitung

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d(\pi kt^2)}{dt} = k \cdot t$$

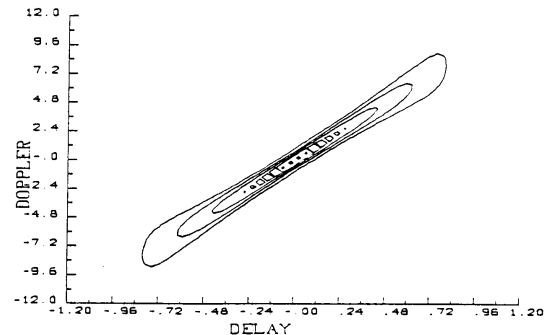
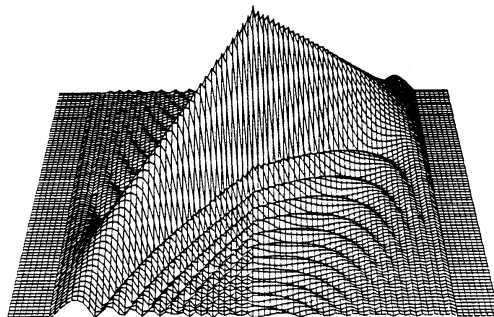
bestimmt. Das Vorzeichen von k steuert die Richtung der Momentanfrequenz:

$k > 0$: steigende Frequenz

$k < 0$: fallende Frequenz

Die Ambiguity-Betragsfunktion ergibt sich für dieses Signal zu

$$|\chi(\tau, f_D)| = \left| \left(1 - \frac{|\tau|}{T_{PB}}\right) \cdot \underbrace{\frac{\sin(\pi T_{PB}(1 - \frac{|\tau|}{T_{PB}})) \cdot (f_D + k\tau)}{\pi T_{PB}(1 - \frac{|\tau|}{T_{PB}}) \cdot (f_D + k\tau)}}_{\text{si-Funktion}} \right|$$



Analog zur Ambiguity-Funktion kann für andere Filter als den Matched Filter eine Kreuz-Ambiguity-Funktion aufgestellt werden:

$$\chi(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{s(t) e^{j2\pi f_D t}}_{\substack{\text{Frequenzversch.} \\ \text{Sendesignal}}} \cdot \underbrace{h(\tau - t)}_{MF} dt$$

7 Dauerstrichradar

Im folgenden werden drei Sendesignale zur Verwendung in Dauerstrichradaren (Continuous Wave-Radar, CW-Radar) vorgestellt:

1. Monofrequentes Sendesignal (unmodulierter Träger)
→ keine Entfernungsinformation, Dopplerfrequenz kann aber eindeutig gemessen werden.
2. Linear frequenzmoduliertes Sendesignal (LFMCW)
3. FSK-Sendesignal

7.1 Monofrequentes Sendesignal

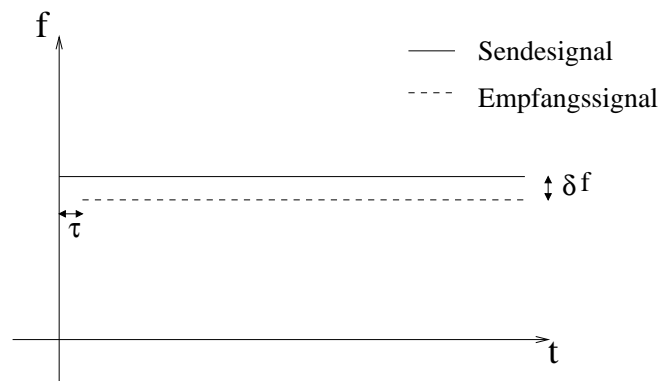


Abbildung Momentanfrequenz des Sendesignals und des Empfangssignals bei einem Zielecho

Es wird ein kontinuierlicher, unmodulierter Träger ausgestrahlt. Das Empfangssignal wird zuerst in das Basisband abgemischt. Die Dopplerfrequenz δf kann

auch in Mehrzielsituationen gemessen werden. Am einfachsten geschieht das, in dem das abgemischte Empfangssignal im Frequenzbereich ausgewertet wird.

Die Signallaufzeit τ und damit die Entfernung zum Ziel R kann nicht gemessen werden. Die in der Abbildung eingezeichnete Laufzeitverschiebung ist nur bei dem Einschalten des Radargerätes zu beobachten.

7.2 Linear frequenzmoduliertes Sendesignal

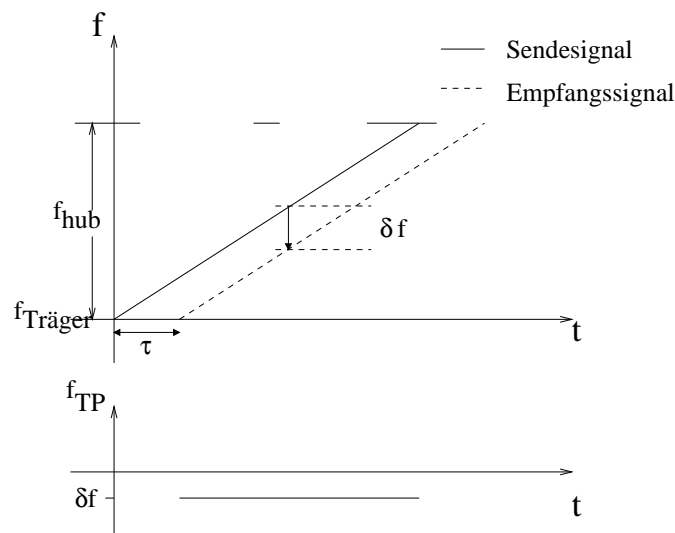


Abbildung Momentanfrequenz des Sendesignals und des Empfangssignals bei einem Zielecho im HF-Band (oben), Momentanfrequenz des Empfangssignals nach Abmischen mit dem momentanen Sendesignal (unten) ($v_{\text{radial}} = 0$)

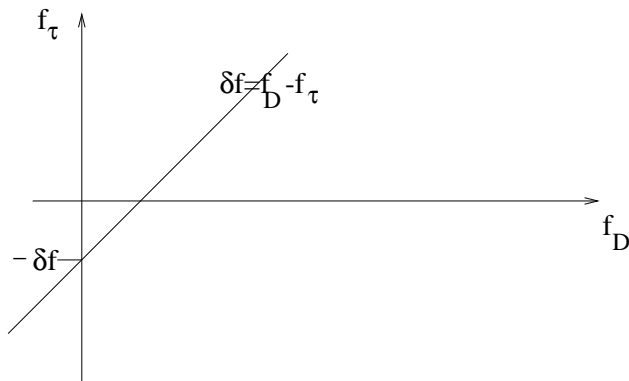
Der Träger wird linear frequenzmoduliert. Das Empfangssignal wird mit der momentanen Sendefrequenz abgemischt. Haben alle Ziele eine radiale Geschwindigkeitskomponente $= 0$, kann die Entfernung auch in Mehrzielsituationen eindeutig gemessen werden (Abschnitt 2.1.2). Die linear ansteigende Frequenzrampe wird Upchirp genannt.

Hat ein Ziel zusätzlich eine Radialgeschwindigkeit, resultiert δf aus Zielradialgeschwindigkeit v_r und Zielentfernung R . In diesem Fall kann keine der beiden Größen eindeutig bestimmt werden. Die beiden an δf teiligen Komponenten f_D für die Dopplerfrequenz und f_τ für die Signallaufzeit genügen lediglich der Bedingung

$$\delta f = f_D - f_\tau$$

$$f_D = -2 \frac{v_r}{\lambda} \quad \text{Dopplerfrequenz}$$

$$f_\tau = \frac{f_{hub}}{T} \tau = 2 \frac{f_{hub}}{c \cdot T} \cdot R = a \cdot R \quad \text{Frequenzdifferenz durch Laufzeit}$$



τ

Abbildung Zusammenhang zwischen f_D und f_τ graphisch dargestellt

Damit f_D und f_τ eindeutig ermittelt werden können, wird in LFM-CW-Radaren an den Upchirp ein Downchirp angehängt.

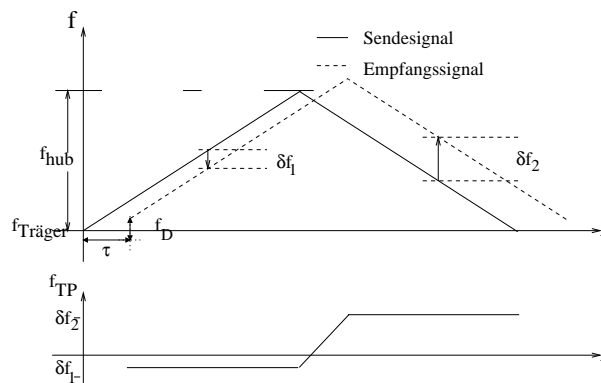


Abbildung Momentanfrequenz des Sendesignals und des Empfangssignals bei einem Zielecho (Up- und Downchirp)

Nun können f_D und f_τ durch das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \text{Upchirp: } \delta f_1 &= f_D - f_\tau \\ \text{Downchirp: } \delta f_2 &= f_D + f_\tau \end{aligned}$$

ermittelt werden.

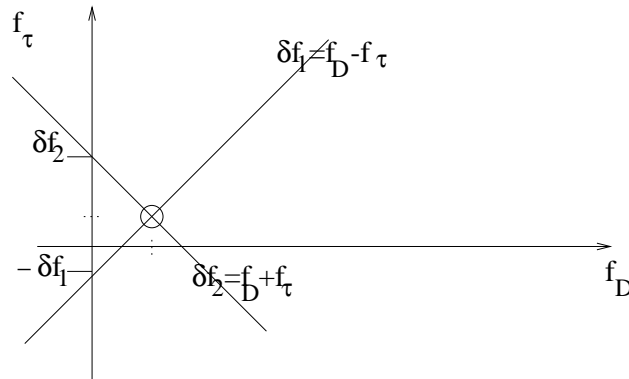
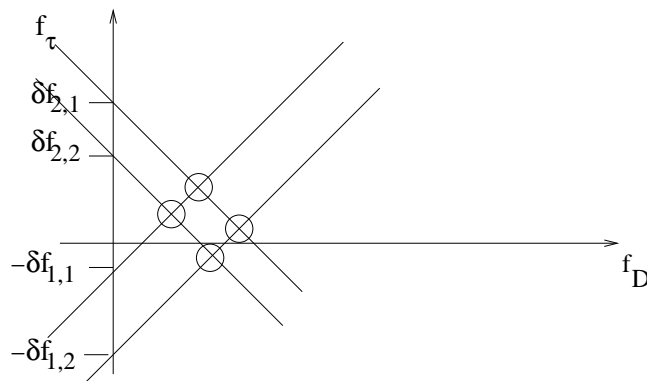
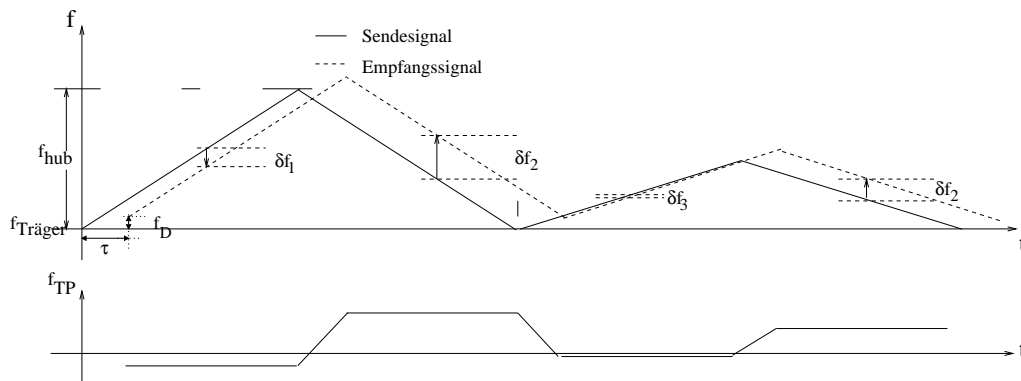


Abbildung Gleichungssystem graphisch dargestellt

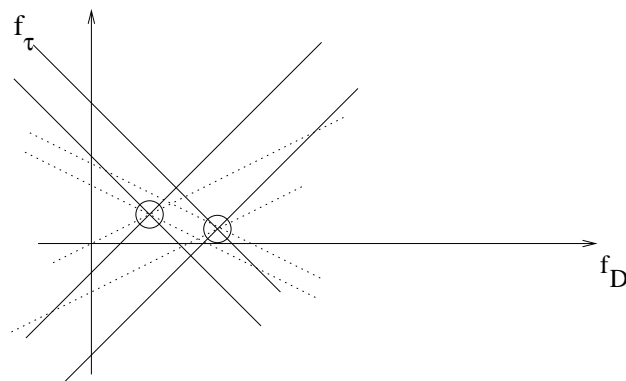
In einer Mehrzielsituation können sogenannte Geisterziele auftreten. Die gemessenen Frequenzen können nicht mehr eindeutig den einzelnen Zielen zugeordnet werden. In der graphischen Darstellung sieht man für 2 Ziele bereits 4 Schnittpunkte der Bedingungsgeraden und damit zwei verschiedene mögliche Lösungen.



Zur Verringerung der Anzahl von Geisterzielen wird beispielsweise in KFZ-Radaranwendungen das Sendesignal um einen weiteren Up- und Downchirp erweitert. Die beiden zusätzlichen Blöcke haben eine andere Steigung in der Frequenzrampe.



Es entstehen zwei neue Bedingungsgleichungen. In der graphischen Darstellung sind die Lösungen für $f_{D,i}$ und $f_{\tau,i}$ der richtigen Ziele i daran zu erkennen, daß sich 4 Geraden im zugehörigen Schnittpunkt treffen.



In der Praxis wird dieses Vorgehen dadurch erschwert, dass die Messwerte Störungen unterliegen und mehrere Zielechos die gleiche Frequenz δf_i in einem Chirp i erzeugen können.

Auflösung: Das Auflösungsvermögen für Zielradialgeschwindigkeit v_r und Zielentfernung R hängt insgesamt nur vom Auflösungsvermögen für zwei verschiedene Frequenzen ab (Abschnitt 2.1.2). Da die Größen v_r und R durch eine Messgröße (δf) ermittelt werden, wird das Auflösungsvermögen für den worst-case angegeben:

$$\Delta R = \frac{c}{2 f_{hub}} \text{ bei gleichem } v_r$$

$$\Delta v_r = \frac{\lambda}{2T} \text{ bei gleichem } R$$

Die Blockdauer T bestimmt die Geschwindigkeitsauflösung, der Frequenzhub die Entfernungsauflösung. Bei üblichen Dimensionierungen ist die Laufzeitdifferenz τ gegenüber der Blockdauer T sehr klein. An den Grenzen zwischen den Sendeblocken entstehen damit nur sehr kurze Übergangsphasen im abgemischten Empfangssignal. Diese Übergänge können nicht zur Ermittlung der Laufzeit herangezogen werden. Sie werden üblicherweise vernachlässigt.

7.3 FSK-Sendesignal

Ein FSK-Radar wechselt periodisch zwischen zwei nahe beieinanderliegenden Sendefrequenzen.

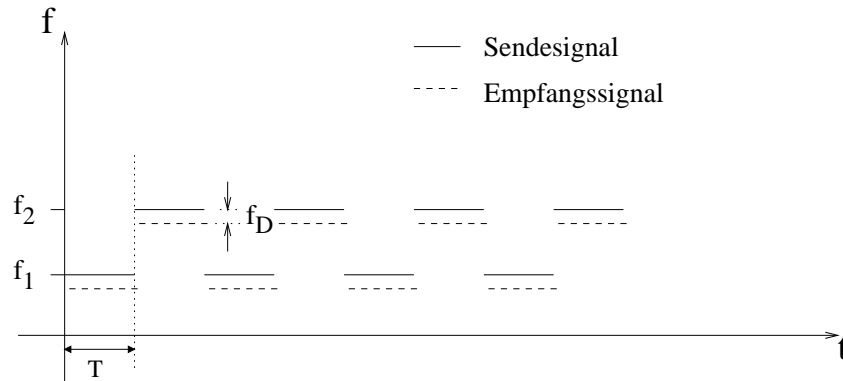


Abbildung Momentanfrequenzen in FSK-Radar

Im Empfänger wird mit der momentanen Sendefrequenz abgemischt.

Anhand eines Blocks der Dauer T lassen sich die Dopplerfrequenzen auch in Mehrzielsituationen eindeutig messen. Die Dopplerfrequenzen der Zielechos sind in beiden Sendeblocken näherungsweise gleich, da die Differenz $f_2 - f_1$ im Betrag sehr klein ist.

Durch die leicht unterschiedlichen Sendefrequenzen in den aufeinanderfolgenden Blöcken wird die Laufzeitmessung möglich: die Phasendrehung eines Echosignals ist abhängig von der Frequenz des Signals.

$$\varphi_1 = 2\pi f_1 \tau$$

$$\varphi_2 = 2\pi f_2 \tau$$

$$d\varphi = 2\pi(f_2 - f_1) \tau$$

Da die Phase nur modulo 2π gemessen werden kann, ergibt sich der Entfernungseindeutigkeitsbereich durch:

$$R_{max} = \frac{c}{2(f_2 - f_1)}$$

Die Auflösung in unterschiedliche Ziele ist nur anhand der Dopplerfrequenz möglich. Die Dopplerfrequenzauflösung ist wie gehabt von der Periodendauer des Sendesignals abhängig.

8 Sekundärradartechnik

SSR	Secondary Surveillance Radar
ATCRBS	Air Traffic Control Radar Beacon System
IFF	Identification Friend or Foe

Sekundärradarsysteme werden in der Flugsicherungstechnik eingesetzt. Bei einem Sekundärradarsystem sendet die Bodenstation eine Pulsfolge aus. Erkennt ein im Flugzeug vorhandener Transponder diese Folge, dann sendet er ein Datenpaket an die Bodenstation zurück. In dem Datenpaket ist die Kennungsnummer und die barometrische Höhe des Flugzeugs enthalten. Diese Informationen liegen dem Fluglotsen zusätzlich zu den Informationen des Primärradars (Entfernung, Geschwindigkeit, Azimut) vor. Die Frequenzen für das Sekundärradar der Flugsicherung sind weltweit genormt:

- Abfragefrequenz : 1030 MHz
- Antwortfrequenz : 1090 MHz

Flugsicherungsradare verwenden folgende Leistungen:

- Primärradar : ca. 1 MW
- Sekundärradar : Bodenstation ca. 1 kW und Bordtransponder ca. 500 W

Beim Sekundärradar geht die Freiraumdämpfung nur einfach ein (vergleiche Radargleichung).

8.1 Mode A/C Sekundärradar

Das Mode A System war das erste Sekundärradar in der Flugsicherung. Mit Mode A wird lediglich die Kennung des Flugzeuges übertragen. Später wurde der Mode C hinzugefügt, mit dem die Übertragung der barometrischen Höhe erfolgt.

Für die Sekundärradarsysteme wird eine mechanisch schwenkbare Richtantenne verwendet. Der Einfachheit halber wird die Sekundärradarantenne auf der Primärradarantenne angebracht, und wird mit dieser zusammen bewegt.

Die Bodenstation (*Interrogator*) initiiert jeweils die Kommunikation, in dem sie abwechselnd eine Mode A und eine Mode C Abfrage aussendet. Alle Flugzeuge, die die Abfrage empfangen, antworten darauf mit einem Datenpaket, das entweder die Kennungsnummer (Mode A) oder die Flughöhe (Mode C) enthält.

Das Abfragesignal ist eine Folge von Pulsen in einem bestimmten zeitlichen Abstand zueinander. In der Antwort können 12 Bit Daten übertragen werden. Zu jedem Datenbit gehört ein Puls, der gesendet wird, wenn das Datenbit == 1 ist. Die Datenpulse werden von zwei Framepulsen eingeschlossen. (Abbildung 30)

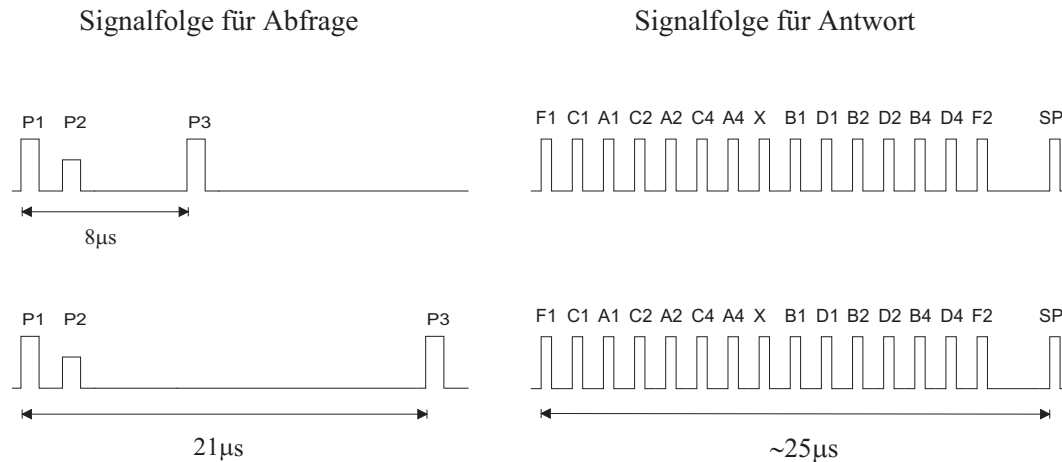


Abbildung 30: Physikalische Struktur der Mode A/C Abfragen und Antworten

Der X-Puls wurde für spätere Anwendungen reserviert. Wenn der Pilot (auf Anforderung des Controllers) auf dem Transponder die SPI-Taste gedrückt hat, wird ein SPI (Special Indicator) - Puls für 20s an jede Mode A Antwort angefügt.

Es sollen in einer Abfrage nur Flugzeuge selektiert werden, die sich innerhalb der Hauptkeule der Antenne befinden. Befindet sich ein Flugzeug nahe an einer Bodenstation, kann die Abfrage auch durch eine Nebenkeule der Bodenantenne empfangen werden. Durch den P2 Puls wird erreicht, dass der Transponder eine solche Nebenkeulenabfrage verwirft. Dazu wird der P2 Puls über eine zusätzliche Rundstrahlantenne ausgestrahlt. Der Transponder im Flugzeug wertet nun die Signalleistungen beider Pulse aus. Nur wenn die Leistung des P1 Pulses über der Leistung des P2 Pulses liegt, ist die Abfrage gültig.

Die Mode A/C Verfahren haben eine Reihe von Nachteilen, die sich mit zunehmender Verkehrsbelastung des Luftraumes verstärkt auswirken:

- Durch die auf 12Bit begrenzten Datenpakete sind nur 4096 verschiedene Flugkennungen möglich.
- Alle Teilnehmer innerhalb der Hauptantennenkeule senden jeweils ihre Antwort. Dadurch entstehen Überlagerungen von Antworten (Garbling)
- Befindet sich ein Transponder in der Reichweite von mehreren Bodenstationen, können in einer Bodenstation (zeitlich nicht synchronisierte) Antworten auf die Abfragen anderer Bodenstationen eingehen (FRUIT = False

Reply from Unsynchronized Interrogator Transmission). Diese Ziele werden mit einer völlig falschen Laufzeit (Entfernung) gemessen.

8.2 Mode S Sekundärradar

Um die Nachteile des Mode A/C Systems auszuschließen, müssen die Transponder selektiv angesprochen werden. Ausserdem ist eine flexiblere Schnittstelle zwischen Bodenstationen und Transponder wünschenswert, denn es gibt eine Reihe weiterer Applikationen für eine Bord-Boden-Datenverbindung. Aus diesen Gründen wurde das Sekundärradarsystem um den Mode S (Mode Selective) erweitert.

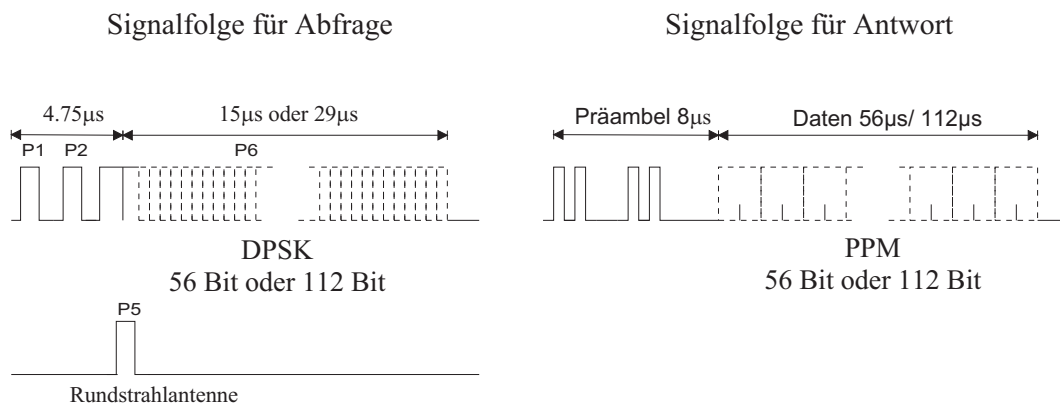


Abbildung 31: Physikalische Struktur der Mode S Abfragen und Antworten

Jedem Mode S Transponder ist eine feste Adresse zugeordnet. Eine Mode S Bodenstation speichert die Adresse der erkannten Transponder in einer Liste zusammen mit der Position des Flugzeugs. Im Abfragesignal ist diese Adresse kodiert enthalten und nur der Transponder mit der entsprechenden Adresse antwortet. Um neu hinzukommende Flugzeuge in den Datenverkehr aufzunehmen, werden von der Bodenstation Mode S all-calls ausgesendet. Auf diese all-calls reagieren alle Transponder, die noch nicht mit der Bodenstation in Verbindung stehen oder für längere Zeit keine Verbindung zur Bodenstation hatten. Da eine technische Aufrüstung im Bereich der Flugsicherung ein aufwendiges und langfristiges Unternehmen ist, wurden sowohl Mode S Bodenstationen als auch Transponder abwärtskompatibel geplant:

- SSR Mode S Bodenstationen müssen auch Mode A/C Transponder mit den üblichen Signalen abfragen.
- SSR Mode S Transponder müssen auch auf Mode A/C Abfragen mit den entsprechenden Signalen antworten.

Auch zu diesem Zweck arbeitet Mode S mit den gleichen Frequenzen wie Mode A/C.

Im Gegensatz zu Mode A/C Sequenzen lassen sich die Mode S Pakete für beliebige Daten nutzen. Eine Anwendung dafür ist das ATN (Aeronautical Telecommunications Network). Es wurde zeitlich nach dem Mode S Sekundärradar entwickelt. Heute ist das Mode S Sekundärradar als Subnetzwerk in das ATN integriert. Eine weitere Anwendung, die den Mode S Datenlink benutzt, ist beispielsweise das Kollisionswarnsystem ACAS.

8.2.1 physikalische Struktur des Mode S Systems

Die Abfragesequenz beginnt mit den Pulsen P1 und P2, die beide über die Richtantenne abgestrahlt werden. Somit verwerfen alle A/C Transponder die Modes S Abfragen. Der anschließende P6 Puls enthält eine kurze Synchronisationspräambel und ein Datenpaket mit 56 oder 112 Bit. Die Daten werden mit einer DPSK auf den P6 Puls moduliert. Zur Synchronisation des Empfängers beginnt der P6 Puls mit einem unmodulierten Träger für $1.25\mu\text{s}$ auf den ein Phasensprung folgt. Das Datenpaket folgt nach weiteren $0.5\mu\text{s}$. Die Symboldauer beträgt $0.25\mu\text{s}$ und somit ist die Datenrate 4 MBit/s .

Wie bei den Mode A/C Abfragen muss bei den Mode S Abfragen sichergestellt werden, dass nur Flugzeuge innerhalb der Antennenhauptkeule antworten. Dazu dient der P5 Impuls, der über eine Rundstrahlantenne ausgesendet wird. Er überdeckt den zur Synchronisation genutzten Phasensprung am Anfang des P6 Impulses, wenn dieser über eine Nebenkeule empfangen wird.

In der Antwortsequenz wird eine andere Modulation mit niedrigerer Bitrate verwendet, da die Sendeleistung der Bordtransponder geringer ist als die Sendeleistung der Bodenstation. Als Modulationsverfahren wird eine Pulse Position Modulation (PPM) verwendet. Bei diesem Verfahren steht für jedes Bit im Datenblock eine Zeitspanne von $1\mu\text{s}$ zur Verfügung. Innerhalb dieser Zeitspanne wird ein Puls der Länge $0.5\mu\text{s}$ gesendet. Um eine binäre 1 zu übertragen, wird der Puls in der ersten Hälfte der Zeitspanne von $1\mu\text{s}$ gesendet. Für eine binäre 0 wird er in die zweite Hälfte gestellt. Die Datenrate beträgt im Downlink 1 MBit/s .

All-Call Abfragen Die Mode S All-Calls dienen, wie beschrieben, zur Registrierung der Transponder, die in den Überwachungsraum der Bodenstation einfliegen. Die nicht registrierten Transponder reagieren auf den nicht-selektiven Mode S All-Call mit einer Antwort, die ihre 24 Bit weite Adresse enthält. Empfängt die Bodenstation diese Antwort, wird sie dem Transponder mit einem sogenannten Lockout quittiert. Danach reagiert der Transponder nur noch auf selektive Abfragen. Um auch alle Mode A/C Transponder zu berücksichtigen, gibt es fol-

gende All-Call Varianten, die von der Bodenstation ausgesendet werden können :

- Mode S only All Call
- Mode A only All Call
- Mode A/S All Call
- Mode C only All Call
- Mode C/S All Call

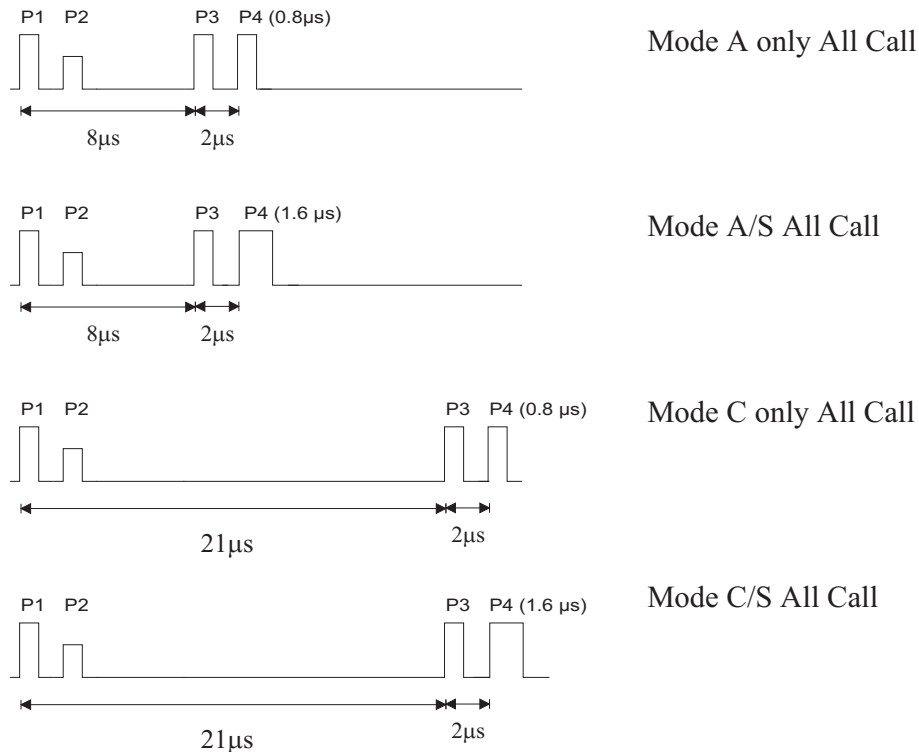


Abbildung 32: All-Calls einer Mode S Bodenstation

Der Mode S only All Call wird in einem gewöhnlichen Mode S Abfragepaket versendet, und wird damit von Mode A/C Transpondern ignoriert. Die weiteren Abfragesequenzen sind so ausgelegt, dass die Abwärtskompatibilität zu Mode A/C Transpondern gewährleistet ist. Siehe dazu Abbildung 32. Es wird ein P4 Puls zu den gewöhnlichen Mode A/C Abfragen hinzugefügt. Er wird von A/C Transpondern nicht registriert, die Mode S Geräte aber erkennen an der Pulsbreite, ob die Abfrage auch an sie gerichtet ist. Ist der P4 Puls $0.8\mu\text{s}$ lang, wird die Abfrage von Mode S Transpondern ignoriert, ist der Puls $1.6\mu\text{s}$ lang, ist die Abfrage auch für Mode S Geräte gültig.

Scheduling Da der Bodenstation die Position der Flugzeuge bekannt ist, kann sie die selektiven Mode S Abfragen an die einzelnen Transponder zeitlich so staffeln (scheduling), dass es beim Empfang der Antworten nicht zu Überlagerungen kommt. Die selektiven Mode S Abfragen werden zeitlich in einem Schedule zusammengefasst, dieser wird weiter in Zyklen unterteilt. Ein Zyklus besteht aus einer Sendeperiode, in der die Abfragen zeitlich gestaffelt ausgesendet werden, und einer Empfangsperiode in der die Antworten nacheinander in der Bodenstation eintreffen. Die Sendeperiode startet mit der Aussendung der Abfrage an den am weitesten entfernten Transponder. Die Sendeperiode endet zu dem Zeitpunkt, an dem von diesem Transponder die Antwort erwartet wird. Reicht ein Schedule nicht aus, um alle Transponder innerhalb der Antennenkeule abzufragen, wird ein weiterer Zyklus angehängt.

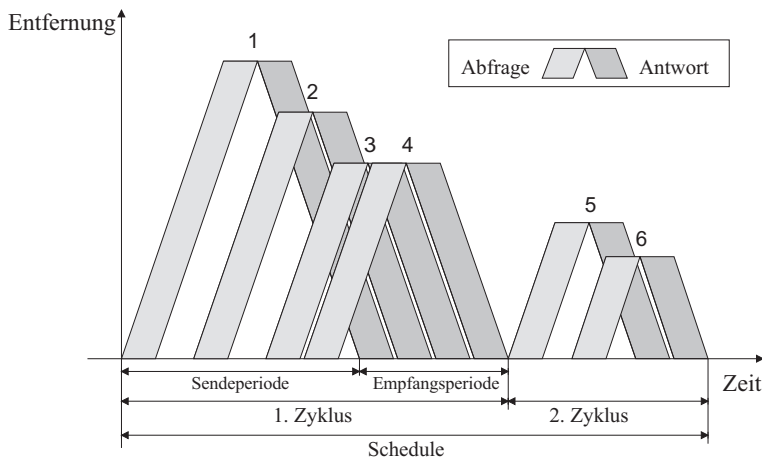


Abbildung 33: Zeitdiagramm eines Schedules mit 2 Zyklen und 6 Zielen

8.2.2 Mode S Abfrage- und Antwortformate

Der Mode S Standard sieht für die Datenpakete sowohl im Uplink als auch im Downlink jeweils 24 verschiedene Formate vor. Das Datenformat wird durch das erste Bitfeld im Datenpaket bestimmt. Dieses Bitfeld wird Uplink Format (UF) oder Downlink Format (DF) genannt. Bisher sind für Uplink und Downlink jeweils 8 Formate von den 24 Möglichen spezifiziert. Anhand des UF/DF-Bitfeldes lässt sich auch sofort die Länge des Datenpakets (56 oder 112 Bit) bestimmen.

In einem Datenpaket werden entweder direkte Anwendungsdaten wie Kennung und Flughöhe übermittelt, oder es wird ein Datenstrom aus einem höher liegenden

Netzwerkprotokoll ohne Interpretation des Inhaltes weitergegeben. Entsprechend lassen sich die Formate in Gruppen aufteilen:

1. Die “Comm”-Formate ermöglichen die Integration von Mode S in das ATN. Die im Paket enthaltenen Nachrichten von jeweils 56 Bit (Standard Length Message = SLM) oder 80 Bit (Extended Length Message = ELM) gehören zum nächst höheren Protokoll. Hier übernimmt das Mode S Radar lediglich die Aufgabe einer untersten Netzwerkschicht.

	Richtung	Nutzbits
Comm-A	Uplink	56 (SLM)
Comm-B	Downlink	56 (SLM)
Comm-C	Uplink	80 (ELM)
Comm-D	Downlink	80 (ELM)

2. “Specific Service Messages” enthalten für eine jeweils spezifische Anwendung die Nutzinformation. Die Anwendung greift direkt auf das Mode S System zu. Die Hauptanwendungen sind hierbei die Übertragung von Surveillance-Daten wie Kennung und Flughöhe, der ursprüngliche Sinn und Zweck des Sekundärradars.
 - Die Formate Comm-A und Comm-B übertragen zusätzlich zu einer SLM-Message auch Surveillance-Daten: Entweder wird Flughöhe oder es wird die Identität angefordert oder übermittelt:

	Richtung
Comm-A / Altitude Request	Uplink
Comm-A / Identity Request	Uplink
Comm-B / Altitude Reply	Downlink
Comm-B / Identity Reply	Downlink

In Abbildung 34 ist die Struktur der Mode-S Pakete aus den einzelnen Gruppen zu sehen. Die letzten 24 Bit des Pakets sind immer für die Transponder-Adresse reserviert.

8.2.3 Azimutschätzung

Die verwendeten Radarantennen haben üblicherweise einen Öffnungswinkel von < 3 Grad und werden mechanisch geschwenkt. Dadurch ist bei der Detektion eines Ziels sein Azimut-Winkel schon ungefähr bekannt. Um einen genaueren Schätzwert für den Azimut zu erhalten, muss anschließend an die Detektion eine Azimutschätzung durchgeführt werden. Zwei grundlegende Verfahren sind gebräuchlich:

1. Es wird die Tatsache ausgenutzt, daß die Strahlungcharakteristik der Antenne bekannt ist, und vor allem symmetrisch ist. Die Antennenkeule wird dabei meist durch eine Gaußsche Antennenkeule modelliert. Anhand der gemessenen Amplituden der Zielechos während einer Zielbeleuchtung wird der azimutale Winkel geschätzt. Dazu werden folgende Methoden benutzt:
 - (a) Einfache Mittenschätzung:
Die Antennenwinkel für alle detektierten Einzelpulse werden gemittelt.
 - (b) Schwerpunktalgorithmus:

$$\Theta = \frac{\sum_{n=1}^N A_n \Theta_n}{\sum A_n}$$
 Die Empfangsamplituden der detektierten Einzelpulse werden zusätzlich zur Berechnung herangezogen.

2. Die Amplituden-Monopulstechnik beruht auf der Verwendung von mehreren gleichartigen Antennen, die leicht unterschiedliche Amplitudencharakteristika haben. Dadurch hat ein Zielecho in Abhängigkeit von der gewählten Antenne eine unterschiedliche Signalamplitude. Bei geeigneter Wahl der Antennendiagramme läßt sich am Verhältniss der Signalamplituden die Richtung zum Ziel schätzen. Das Beispiel in Abbildung 35 benutzt zwei Antennen, deren Antennendiagramme azimutal gegeneinander gedreht sind. Wichtig ist, dass die Hauptkeulen sich überlappen. Ist ein Ziel innerhalb der Überlappung, kann der azimutale Winkel des Ziels bestimmt werden. In Abbildung 35 befindet sich das Ziel im Winkel q zur Referenzachse der Antennenkombination. Rechts oben sind die relativen Signalamplituden der beiden Antennenausgänge in Abhängigkeit zum Winkel q aufgetragen. Nun wird der Quotient aus den Signalleistungen berechnet. Dessen Logarithmus ist in einem Bereich um die Referenzachse näherungsweise proportional zum Zielwinkel (Abbildung 35 rechts unten).
Die Genauigkeit liegt bei dieser Schätzung in der Größenordnung von 0.1 Grad. Seinen Namen hat das Verfahren dadurch erhalten, weil durch die Auswertung eines einzigen Pulses bereits auf den Winkel geschlossen werden kann.

Die besprochenen Verfahren erhöhen die Messgenauigkeit des Zielwinkels. Eine Erhöhung der Winkelauflösung ist damit aber nicht möglich.

Surveillance Abfragen und Antworten

Format Number 5 Bit	Surveillance & Access Control 27 Bit	Address & Parity 24 Bit	56 Bit
------------------------	---	----------------------------	--------

Standard-Length-Messages und Surveillance Data (Comm-A und Comm-B)

Format 5 Bit	Surveillance & Access Control 27 Bit	Message Field 56 Bit	Address & Parity 24 Bit	112 Bit
-----------------	---	-------------------------	----------------------------	---------

Extended-Length-Messages (Comm-C und Comm-D)

Form 2 Bit	Access Control 6 Bit	Message Field 80 Bit	Address & Parity 24 Bit	112 Bit
---------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------	---------

Abbildung 34: Mode-S Datenformate

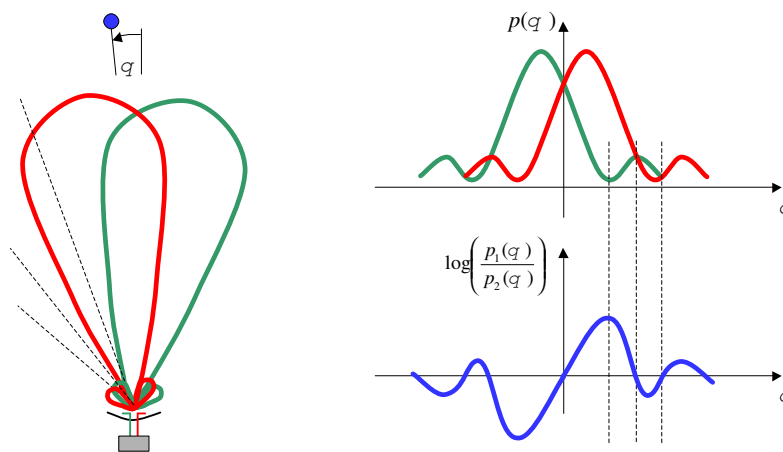


Abbildung 35: Monopulstechnik

8.2.4 Anwendungen und Leistungsfähigkeit des Mode S Data Link

Die Entwicklung des Mode S Sekundärradars begann Anfang der 70er, das Anliegen war zunächst nur eine Verbesserung der Mode A/C - Systeme. Später wurden speziell auf den Mode S Data Link zugeschnittene Anwendungen geplant und entwickelt. Beispielsweise sollte der Mode S Data Link zur Entlastung des Sprechfunkverkehrs genutzt werden. Um eine hohe Effizienz zu erreichen, wurde eine Phrasenkodierung vorgeschlagen. Übertragen wird dabei anstelle des Klartextes die entsprechende Phrasennummer gefolgt vom dazugehörigen Parameter. Typische Phrasen sind zum Beispiel die Anweisungen CLIMB TO... oder MAINTAIN... mit dem Parameter FLIGHT LEVEL.

Das Mode S Sekundärradar wurde in das Aeronautical Telecommunications Network (ATN) integriert. Der Nutzen dieser Integration ist hoch: Die auf dem ATN aufbauenden Anwendungen können über eines der 3 verschiedenen Subnetzwerke Nachrichten austauschen:

- Mode S Sekundärradar
- VHF Data Link (VDL)
- SATCOM

Schon bei der Auswahl von Anwendungen, die Mode S oder das ATN nutzen sollen, ist die Leistungsfähigkeit der Systeme wichtig. Die zwei wichtigsten Größen eines Netzwerkes sind:

- Minimaler Durchsatz
- Maximale Verzögerung einer Nachricht

Erreichbare Data Link Kapazitäten:

	Uplink	Downlink
gesamt-Bitrate	4 Mbit/s	1Mbit/s
Reduzierung durch:		
(Slack) Overhead 56/112	2 Mbit/s	0.5 Mbit/s
und Zeitduplex	1 Mbit/s	0.25 Mbit/s
und Richtwirkung der Bodenantenne($2^\circ/360^\circ$)	≈ 6 kbit/s	≈ 1.5 kbit/s

Abschätzung der maximal möglichen Datenrate bei einem Ziel

Wenn sich mehrere Transponder in der Antennenkeule befinden, dann teilen sich diese die Data Link Kapazität.

Für 10 Ziele innerhalb der Antennenkeule ergibt sich eine Uplink Kapazität von 600 bit/s und für den Downlink 150 bit/s.

Es gibt weitere reduzierende Faktoren, von denen besonders die zeitlichen Lücken im Scheduling wegen großer Entfernungsdifferenzen eine Rolle spielen.

Realistische effektive Bitraten pro Transponder liegen daher im Uplink bei 150 bit/s und im Downlink bei 70-80 bit/s.

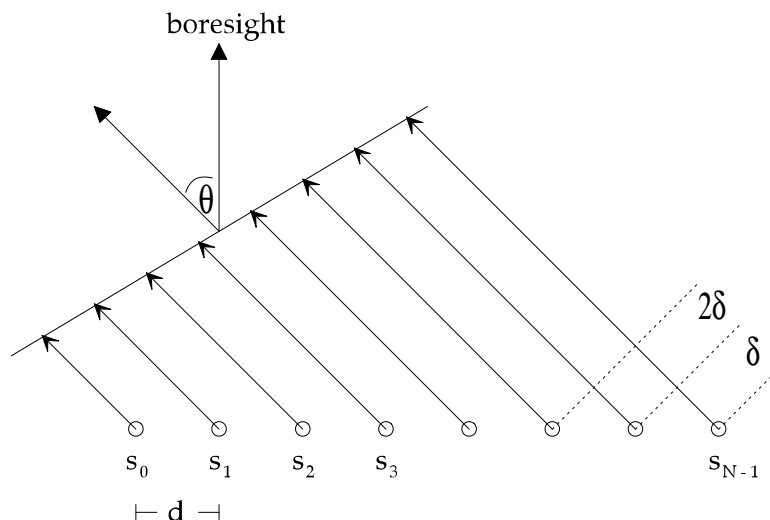
Die maximale Verzögerung der Nachrichten hängt bei geringer Verkehrsdichte direkt von der Umlaufgeschwindigkeit der Bodenantenne ab. Erst bei großer Verkehrsdichte kann die Übertragung eines Paketes innerhalb einer Zielbeleuchtung nicht mehr sichergestellt werden.

Fehlerhaft übermittelte Pakete erhöhen die Anzahl der zu versendenden Pakete zusätzlich weiter. Das kann zu geringerem Durchsatz führen und damit bei hohem Datenaufkommen auch größere Verzögerungen verursachen.

8.2.5 Elektronisch steuerbare Antennen

In einem realen Radarszenario liegt im allgemeinen keine räumliche Gleichverteilung der Ziele über dem Azimut vor. Daher wäre bei Beibehalten einer mechanisch drehenden Antenne die Möglichkeit des elektronischen Strahlschwenkens sehr vorteilhaft.

In der Praxis werden lineare Arrays verwendet.



Θ : Off-boresight

$s_0 \dots s_{N-1}$: Elemente der Antenne

$$\delta = d \cdot \sin\Theta$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin\Theta$$

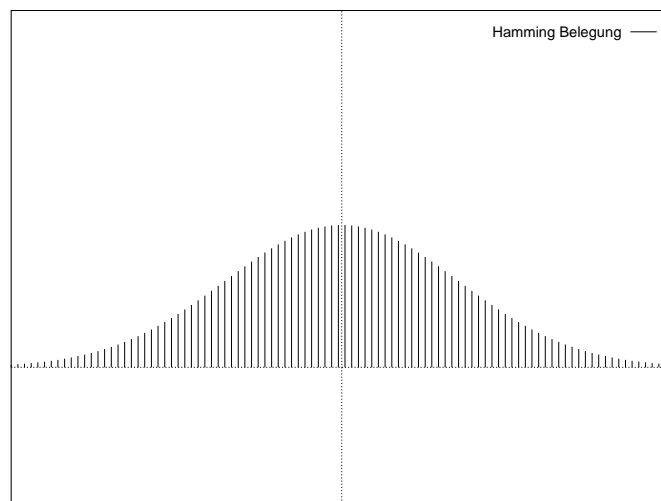
$$s_k = A \cdot e^{-jk\Delta\varphi}$$

$$s_k = A \cdot e^{-jk\Delta\varphi} = A \cdot e^{-j2\pi \frac{d}{\lambda} \cdot k \cdot \sin\Theta}$$

$$A(\Theta, 0) = A \cdot \left| \sum_{k=0}^{N-1} s_k \right| = A \cdot \left| \sum_{k=0}^{N-1} e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \cdot k \cdot \sin\Theta} \right|$$

Ein Beamformingrechner führt eine Gewichtung w_k ein, so dass die Nebenmaxima minimal werden.

$$A(\Theta, 0) = A \cdot \left| \sum_{k=0}^{N-1} w_k \cdot e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \cdot k \cdot \sin\Theta} \right|$$



Elektronisches Beamschwenken:

$$A(\Theta, \Theta_M) = A \cdot \left| \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j2\pi \frac{d}{\lambda} \cdot k \cdot (\sin\Theta - \sin\Theta_M)} \right|$$

mit Θ_M : Winkel, in den der Beam geschwenkt werden soll.

Die Hamming-Amplitudengewichtung führt zu geringen Nebenmaxima. Eine Beamschwenkung von mehr als 20° führt bereits zu größeren Empfindlichkeitsverlusten. Daher ist das Beamschwenken für Radaranwendungen nur bis 20° sinnvoll.

Die Beamschwenkung kann alternativ im Zwischenfrequenzbereich erfolgen. Bei Beamforming durch digitale Verarbeitung mit einem Empfänger pro Element ist im Gegensatz zu Hf-Beamforming das gleichzeitige Betrachten zweier Azimutrichtungen möglich. Dies erfordert allerdings einen erhöhten Verarbeitungsaufwand.

9 Literatur

Standardwerke:

Literatur

- [1] E. Baur - *Einführung in die Radartechnik*, Teubner Studienskripten Nr. 106, 1985 (preiswert)
- [2] M. Skolnik - *Introduction to Radar Systems*, 2nd Edition, McGraw-Hill, 1980 (preiswert, umfassend)
- [3(Ludloff)] A. Ludloff - *Handbuch Radar + Radarsignalverarbeitung*, Vieweg, Braunschweig - 1993 (teuer, umfassend)
- [3] H.-G. Unger - *Hochfrequenztechnik in Funk und Radar*, Teubner Studienskripten Nr. 18, 1988 (Preis ca. DM 20)

Weiterführende Literatur:

Literatur

- [1(Levanon)] Levanon - *Radar Principles*, John Wiley & Sons, 1988 (gut)
- [1] Cook & Bernfeld - *Radar Signals*, Academic Press, 1967
- [2] Di Franco & Rubin - *Radar Detection*, Artech House, 1980 (sehr speziell, teuer)
- [3] D. R. Wehner - *High Resolution Radar*, Artech House, 1987
- [4] A. Finger - *Digitale Signalstrukturen in der Informationstechnik*, Oldenbourg, München - 1985
- [5] Wehner - *Radar Handbook*, McGraw-Hill, 1970
- [6] P. Honold (Siemens) - *Secondary Surveillance Radar*, Heyden & Son Ltd. London - 1976
- [7] M. C. Stevens - *Secondary Surveillance Radar*, Artech House, 1988 (teuer)

Veröffentlichungen/Begleitmaterial:

Literatur

- [1(Roh,Sch)] H. Rohling, J. Schürmann - *Diskrete Fensterfunktionen für die Kurzzeitspektralanalyse*, AEs, Band 34, 1980, Heft 1
- [1] H. Rohling, W. Borchert - *Zum Mismatched-Filter-Entwurf für periodische binärphasencodierte Signale*, ntzArchiv Bd. 10 (1988) H.5
- [3(Rohling)] H. Rohling - *Zur Auflösung von Radialgeschwindigkeits- und Entfernungsmehrdeutigkeiten bei der Radarmessung*, ntzArchiv Bd. 8 (1986) H.2
- [2] H. Rohling - *Analyse neuer Methoden zur störadaptiven Zielerkennung in einem Radarsignalprozessor mit konstanter Falschalarmwahrscheinlichkeit (CFAR)*, ntzArchiv Bd. 5 (1983) H.4

10 Anhang

10.1 Statistische Entscheidungstheorie

Beispiel

y : Empfangssignal

Bedingung H_0 : kein Ziel vorhanden

Bedingung H_1 : Ziel vorhanden

$$p(y|H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}$$

$$p(y|H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-1)^2}{2}}$$

$$P(H_0) = 0,9$$

$$P(H_1) = 0,1$$

a) Entscheidung nach Maximum a posteriori Kriterium (MAP)

$$P(H_0|y) \geq P(H_1|y) \longrightarrow D_0 \text{ (Entscheidung für } H_0)$$

$$P(H_0|y) < P(H_1|y) \longrightarrow D_1 \text{ (Entscheidung für } H_1)$$

Bayes'sche Formel:

$$P(H_i|y) = \frac{p(y|H_i) \cdot P(H_i)}{p(y)}$$

Für das obige Beispiel berechnet sich die Entscheidungsschwelle y_s wie folgt:

$$P(H_0|y) \geq P(H_1|y)$$

$$\frac{p(y|H_0) \cdot P(H_0)}{p(y)} \geq \frac{p(y|H_1) \cdot P(H_1)}{p(y)}$$

$$e^{-\frac{y^2}{2}} \cdot \frac{9}{10} \geq e^{-\frac{(y-1)^2}{2}} \cdot \frac{1}{10}$$

$$y \leq y_s = \ln(9) + \frac{1}{2} \approx 2,70$$

b) Entscheidung nach Maximum Likelihood Kriterium (ML)

$$p(y|H_0) \geq p(y|H_1) \longrightarrow D_0 \text{ (Entscheidung für } H_0\text{)}$$

$$p(y|H_0) < p(y|H_1) \longrightarrow D_1 \text{ (Entscheidung für } H_1\text{)}$$

Für $P(H_0) = P(H_1) = \frac{1}{2}$ stimmt das ML-Kriterium mit dem MAP-Kriterium überein (Bayes'sche Formel).

Für das obige Beispiel berechnet sich die Entscheidungsschwelle y_s wie folgt:

$$p(y|H_0) \geq p(y|H_1)$$

$$e^{-\frac{y^2}{2}} \geq e^{-\frac{(y-1)^2}{2}}$$

$$y \leq y_s = \frac{1}{2}$$

c) Entscheidung nach Bayes Kriterium (Kostenfunktion)

gegeben:	Entscheidung:		Wahrscheinlichkeit	Kosten:
Ziel (H_1)	Ziel (D_1)	Ziel richtig entdeckt	P_d	c_{11}
Rauschen (H_0)	Rauschen (D_0)	Rauschen richtig entdeckt	$1 - P_{fa}$	c_{00}
Rauschen (H_0)	Ziel (D_1)	Falschalarm	P_{fa}	c_{10}
Ziel (H_1)	Rauschen (D_0)	Ziel übersehen	$1 - P_d$	c_{01}

Minimierung der mittleren Kosten:

$$\min_{y_s} (\bar{c})$$

$$\bar{c} = (c_{11} \ c_{00} \ c_{10} \ c_{01}) \cdot \begin{pmatrix} P_d \cdot P(H_1) \\ (1 - P_{fa}) \cdot P(H_0) \\ P_{fa} \cdot P(H_0) \\ (1 - P_d) \cdot P(H_1) \end{pmatrix}$$

$$P_d = P(D_1|H_1) = \int_{y \in R_1} p(y|H_1) dy$$

$$P_{fa} = P(D_1|H_0) = \int_{y \in R_1} p(y|H_0) dy$$

$$\bar{c} = (c_{11} \ c_{00} \ c_{10} \ c_{01}) \cdot \begin{pmatrix} P(H_1) \cdot \int_{y \in R_1} p(y|H_1) dy \\ P(H_0) \cdot \left(1 - \int_{y \in R_1} p(y|H_0) dy\right) \\ P(H_0) \cdot \int_{y \in R_1} p(y|H_0) dy \\ P(H_1) \cdot \left(1 - \int_{y \in R_1} p(y|H_1) dy\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{c} = c_{00} \cdot P(H_0) + c_{01} \cdot P(H_1) + \int_{y \in R_1} (c_{11} - c_{01} \quad c_{10} - c_{00}) \cdot \begin{pmatrix} P(H_1) \cdot p(y|H_1) \\ P(H_0) \cdot p(y|H_0) \end{pmatrix} dy$$

Dabei ist R_1 die Menge aller Werte von y , für die der Entscheider D_1 entscheidet:
 $y \in R_1 \longrightarrow D_1$

$(c_{10} - c_{00})P(H_0) \cdot p(y|H_0) \geq (c_{11} - c_{01})P(H_1) \cdot p(y|H_1) \longrightarrow D_0$ (Entscheidung für H_0)

$(c_{10} - c_{00})P(H_0) \cdot p(y|H_0) < (c_{11} - c_{01})P(H_1) \cdot p(y|H_1) \longrightarrow D_1$ (Entscheidung für H_1)

Ermittlung der optimalen Schwelle im Falle eines Schwellwertentscheiders anhand des Beispiels:

zusätzlich sei $(c_{11} \ c_{00} \ c_{10} \ c_{01}) = (0 \ 0 \ 1000 \ 10)$.

$$(c_{10} - c_{00})P(H_0) \cdot p(y|H_0) \geq (c_{01} - c_{11})P(H_1) \cdot p(y|H_1)$$

$$e^{-\frac{y^2}{2}} \cdot 900 \geq e^{-\frac{(y-1)^2}{2}} \cdot 1$$

$$y \leq y_s = \ln(900) + \frac{1}{2} \approx 7,30$$

d) Neyman-Pearson Kriterium

Maximiere P_d für konstante P_{fa} :

Beispiel:

$$P_{fa} = 10^{-3}$$

$$P_{fa} = \int_S \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 10^{-3}$$

$$S \approx 3,09$$

$$P_d \approx 0,018$$

10.2 Schätzverfahren

Für die Schätzung der mittleren Störleistung (Werte Y_0, Y_1, \dots, Y_{M-1}) kann eines der folgenden Verfahren benutzt werden:

1. Arithmetischer Mittelwert

$$C = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} Y_k$$

2. Rekursive Schätzung

$$C_{neu} = \alpha C_{alt} + (1 - \alpha)Y$$

Schätzverfahren	Erwartungstreue	Schätzvarianz
Arithm. Mittelwert	erwartungstreu	$\frac{1}{M} VAR(Y)$
rekursive Schätzung	asymptotisch erwartungstreu	gegen $\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)} VAR(Y)$

Einschub: Momente von Zufallsvariablen

X sei eine Zufallsvariable, $f_X(x)$ sei ihre Verteilungsdichtefunktion. Der Erwartungswert der n -ten Potenz von X heißt n -tes Moment:

1. Moment $m_{1X} = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx$ (Mittelwert)
2. Moment $m_{2X} = E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_X(x) dx$

Der Erwartungswert der n -ten Potenz von $(X - m_{1X})$ (Abweichung vom Mittelwert) heißt (n .) zentriertes Moment:

1. zentriertes Moment $\mu_{1X} = E(X - m_{1X}) = 0$
2. zentriertes Moment $\mu_{2X} = E((X - m_{1X})^2) = m_{2X} - m_{1X}^2$ (Varianz)
 $= \sigma_X^2 = VAR(X)$

Standardabweichung $\sigma_X = \sqrt{\mu_{2X}}$

Die Zufallsvariablen X und Y seien unabhängig (unkorreliert), dann gilt:

$$\begin{aligned} E(X + Y) &= E(X) + E(Y) \\ E(X \cdot Y) &= E(X) \cdot E(Y) \\ E(a \cdot X) &= a \cdot E(X) \quad a \in R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E((X + Y)^2) &= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) \\ E((X \cdot Y)^2) &= E(X^2) \cdot E(Y^2) \\ E((a \cdot X)^2) &= a^2 \cdot E(X^2) \quad a \in R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{(X+Y)}^2 &= E((X + Y)^2) - E^2(X + Y) = E(X^2) - E^2(X) + E(Y^2) - E^2(Y) \\ &= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \end{aligned}$$

1) Herleitung für arithmetischen Mittelwert

- Erwartungstreue

$$E(C) = E\left(\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} Y_k\right) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} E(Y_k) = E(Y)$$

- Varianz

$$\begin{aligned} VAR(C) &= VAR\left(\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} Y_k\right) = \frac{1}{M^2} VAR\left(\sum_{k=0}^{M-1} Y_k\right) \\ &= \frac{1}{M^2} M \cdot VAR(Y) = \frac{1}{M} VAR(Y) \end{aligned}$$

2) Herleitung für rekursive Schätzung

- Erwartungstreue

$$\begin{aligned}
C_{neu} &= \alpha \cdot C_{alt} + (1 - \alpha)Y_k \\
&= (1 - \alpha)Y_k + (1 - \alpha)\alpha Y_{k-1} + (1 - \alpha)\alpha^2 Y_{k-2} + \dots + (1 - \alpha)\alpha^k Y_0 \\
&= (1 - \alpha) \left(Y_k + \alpha Y_{k-1} + \alpha^2 Y_{k-2} + \dots + \alpha^k Y_0 \right) \\
E(C_{neu}) &= E \left((1 - \alpha) \left(Y_k + \alpha Y_{k-1} + \alpha^2 Y_{k-2} + \dots + \alpha^k Y_0 \right) \right) \\
&= (1 - \alpha) \left(E(Y_k) + \alpha E(Y_{k-1}) + \alpha^2 E(Y_{k-2}) + \dots + \alpha^k E(Y_0) \right) \\
&= (1 - \alpha) \left(1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^k \right) E(Y) \\
&= (1 - \alpha) \left(\frac{1 - \alpha^{k+1}}{1 - \alpha} \right) E(Y) \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} E(Y)
\end{aligned}$$

→ Asymptotisch erwartungstreu

- Varianz

$$\begin{aligned}
VAR(C_{neu}) &= VAR \left((1 - \alpha) \left(Y_k + \alpha Y_{k-1} + \alpha^2 Y_{k-2} + \dots + \alpha^k Y_0 \right) \right) \\
&= (1 - \alpha)^2 \left(VAR(Y_k) + \alpha^{2 \cdot 1} VAR(Y_{k-1}) + \alpha^{2 \cdot 2} VAR(Y_{k-2}) + \dots + \alpha^{2k} VAR(Y_0) \right) \\
&= (1 - \alpha)^2 \left(1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \dots + \alpha^{2k} \right) VAR(Y) \\
&= (1 - \alpha)^2 \left(\frac{1 - \alpha^{2k+2}}{1 - \alpha^2} \right) VAR(Y) \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} \frac{(1 - \alpha)^2}{1 - \alpha^2} VAR(Y) = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} VAR(Y)
\end{aligned}$$